

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М. С. Якир

МАТЕМАТИКА

5 класс

Учебник
для заведений общего
среднего образования
с обучением на русском языке

*Рекомендовано
Министерством образования и науки Украины*

Издание второе, доработанное
в соответствии с действующей учебной программой

Харьков
«Гимназия»
2018

УДК 373.167.1:51
М52

Рекомендовано
Министерством образования и науки Украины
(приказ МОН Украины от 10.01.2018 № 22)

Издано за счет государственных средств.
Продажа запрещена

Переведено по изданию: Математика. 5 клас : підруч. для закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. — Вид. 2-ге, доопрац. відповідно до чинної навч. програми. — Х. : Гімназія, 2018. — 272 с. : іл.

Перевод с украинского *В. Б. Полонского*

Мерзляк А. Г.

М52 Математика. 5 кл. : учеб. для заведений общего среднего образования с обучением на рус. яз. : [пер. с укр.] / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. — Изд. 2-е, дораб. в соответствии с действующей учебн. программой. — Х. : Гимназия, 2018. — 288 с.: ил.

ISBN 978-966-474-223-5.

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-966-474-223-5 (рус.)
ISBN 978-966-474-214-3 (укр.)

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский,
М. С. Якир, 2013
© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский,
М. С. Якир, доработка, 2018
© ООО ТО «Гимназия», оригинал-
макет, художественное оформление,
2018

От авторов

УЧАЩИМСЯ

ДОРОГИЕ ДЕТИ!

Умение считать, логически мыслить, быть настойчивым и увлеченным, внимательным и аккуратным необходимо каждому человеку. А как приобрести эти качества? Математика — та волшебная наука, которая поможет вам развить эти умения и способности. И не важно, какую профессию вы выберете: строителя или кондитера, программиста или фермера, врача или экономиста, — полученные математические знания всегда пригодятся.

Изучение математики можно сравнить с нелегким, но увлекательным путешествием по удивительной стране. И мы надеемся, что этот учебник станет для вас надежным путеводителем и верным проводником в мире знаний.

Ознакомьтесь, пожалуйста, со структурой предлагаемой книги. Текст учебника разделен на два раздела, которые состоят из параграфов, а параграфы, в свою очередь, — из пунктов. Учебник содержит 38 пунктов, каждый из которых начинается с изложения теоретического материала. Изучая его, особое внимание обращайтесь на текст, напечатанный **жирным шрифтом**. Так в книге выделены слова, обозначающие математические термины. *Жирным курсивом* и *курсивом* выделены правила и наиболее важные математические утверждения.

Как правило, изложение теоретического материала завершается примерами решения задач. Эти записи можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

К каждому пункту подобраны задания для самостоятельного решения, приступать к которым советуем только после усвоения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности упражнения, так и трудные задачи, особенно те, которые отмечены звездочкой (*).

Каждый пункт завершается особенной задачей, которую мы назвали «Задача от Мудрой Совы». Для ее решения надо проявить изобретательность и сообразительность.

В рубрике «Когда сделаны уроки» вы сможете узнать о важных математических объектах — числах и фигурах, об истории их возникновения. Надеемся, что это заинтересует вас.

Отметим, что в курсе математики 5 класса есть много тем, которые изучались в младших классах. И даже если раньше у вас были какие-то проблемы с математикой, то при желании можно всё быстро наверстать.

Держайте! Желаем успеха!

УЧИТЕЛЯМ

ГЛУБОКОУВАЖАЕМЫЕ КОЛЛЕГИ!

Мы очень надеемся, что этот учебник станет надежным помощником в вашей нелегкой и благородной работе, и будем искренне рады, если он вам понравится.

Желаем творческого вдохновения и терпения.

Условные обозначения:

- задания, соответствующие начальному и среднему уровням учебных достижений;
- задания, соответствующие достаточному уровню учебных достижений;
- .. задания, соответствующие высокому уровню учебных достижений;
- * задачи для математических кружков и факультативов;
-  окончание решения примера;
- 340** задания, рекомендуемые для домашней работы.

Раздел I

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ



§ 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1. Ряд натуральных чисел

Сколько дней осталось до конца каникул? Сколько друзей вы пригласите на свой день рождения? Сколько предметов вы изучаете в этом учебном году? Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо уметь считать.

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., используемые при счете предметов, называют **натуральными**.

Например, числа 1, 3, 24, 60, 365, 1 000 000 — натуральные числа.

Заметим, что не все числа, которыми вы пользуетесь, — натуральные. Так, числа 0 , $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ натуральными не являются.

Все натуральные числа, записанные в порядке возрастания, образуют **ряд натуральных чисел**, или **натуральный ряд**. Первым числом натурального ряда является число 1, вторым — число 2, третьим — число 3 и т. д.

В натуральном ряду за каждым числом следует еще одно число, которое больше предыдущего на единицу. Поэтому в натуральном ряду нет последнего числа. Число 1 не имеет предыдущего. Следовательно, среди натуральных чисел есть наименьшее число — это число 1, но нет наибольшего.

Записать весь натуральный ряд невозможно. Обычно делают так: записывают подряд несколько первых чисел натурального ряда, а затем ставят многоточие:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,



1. Как называют числа, используемые при счете предметов?
2. Есть ли среди натуральных чисел наименьшее число? наибольшее число? В случае утвердительного ответа назовите это число.
3. Опишите ряд натуральных чисел.
4. Каждое ли число в ряду натуральных чисел имеет: 1) последующее число; 2) предыдущее число?

Решаем устно

1. Сложите:
1) 48 и 7; 2) 16 и 9; 3) 25 и 34; 4) 52 и 49.
2. Вычитите:
1) 6 из 14; 2) 7 из 23; 3) из 32 число 8; 4) из 45 число 19.
3. Умножьте:
1) 12 на 4; 2) 5 на 20; 3) 13 на 6; 4) 10 на 100.
4. Разделите:
1) 36 на 12; 2) 55 на 11; 3) на 8 число 96; 4) на 20 число 160.
5. Около школы растут каштаны и тополя. Каштанов растет 7, а тополей — в 3 раза больше. Сколько деревьев растет около школы?
6. В школе 370 учащихся. Найдутся ли среди них хотя бы двое учащихся, которые празднуют день рождения в один и тот же день?

Упражнения

- 1.° Назовите 14 первых натуральных чисел.
- 2.° Какого числа не хватает в записи, чтобы она обозначала натуральный ряд: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ...?
- 3.° Из чисел 5 , $\frac{1}{6}$, 8 , 129 , 0 , $\frac{3}{7}$, 4128 , $\frac{1}{5}$ выберите натуральные.
- 4.° Какое число в натуральном ряду следует за числом:
1) 34; 2) 246; 3) 8297?
- 5.° Запишите число, которое в натуральном ряду следует за числом:
1) 72; 2) 121; 3) 6459.
- 6.° Какое число в натуральном ряду предшествует числу:
1) 58; 2) 631; 3) 4500?
- 7.° Запишите число, которое в натуральном ряду предшествует числу:
1) 42; 2) 215; 3) 3240.

- 8.* Сколько чисел стоит в натуральном ряду между числами:
1) 6 и 24; 2) 18 и 81?
- 9.* На уроке физкультуры все 26 учащихся класса выстроились в одну шеренгу. Известно, что Петр стоял четырнадцатым, считая слева направо, а Елена — двадцатой, считая справа налево. Сколько учащихся стояло между Петром и Еленой?
- 10.* Сколько чисел стоит в натуральном ряду между числами:
1) 13 и 28; 2) 29 и 111?
- 11.** Некоторое натуральное число, большее 3, обозначили буквой a . Запишите для числа a два предыдущих и три последующих натуральных числа.

Упражнения для повторения

12. Вычислите:
1) $238 + 435$; 4) $2000 - 546$; 7) $98 \cdot 34$;
2) $4385 + 2697$; 5) $3400 - 896$; 8) $645 \cdot 36$.
3) $843 - 457$; 6) $23 \cdot 46$;
13. Название «Украина» впервые встречается в Киевской летописи (по Ипатьевскому списку) под 1187 годом для обозначения Переяславской, Киевской и Черниговской земель. Сколько лет прошло от первого летописного упоминания названия «Украина»?
14. Выполните действия:
1) $43 + 24 \cdot 58 - 39$; 3) $43 + 24 \cdot (58 - 39)$;
2) $(43 + 24) \cdot 58 - 39$; 4) $(43 + 24) \cdot (58 - 39)$.
15. Собираясь в гости к своей бабушке, Карлсон решил подкрепиться. На завтрак он съел 26 банок варенья, а на обед — на 16 банок больше. Сколько банок варенья съел Карлсон?
16. На одном участке растут 34 куста смородины, а на другом — на 18 кустов меньше. Сколько всего кустов смородины растет на двух участках?



Задача от Мудрой Совы

17. В квадрате (рис. 1) суммы чисел, записанных в каждом столбце, в каждой строке и на каждой диагонали, содержащей три клетки, должны быть равны. Найдите число, которое должно быть записано вместо звездочки.

10	*	
9		13
14		

Рис. 1

2. Цифры. Десятичная запись натуральных чисел

Как здание строят из кирпичей, а слова составляют из букв, так натуральные числа записывают с помощью специальных знаков, которые называют **цифрами**. Этих цифр десять: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Натуральные числа, записанные одной цифрой, называют *однозначными*, двумя цифрами — *двузначными*, тремя цифрами — *трехзначными* и т. д. Все числа, кроме однозначных, называют *многозначными*. Многозначное число может начинаться с любой цифры, кроме цифры 0.

Легко прочитать трехзначное число 917, однако число 17025543607 прочитать намного сложнее. Чтобы прочитать многозначное число, цифры его записи разбивают справа налево на группы по три цифры: 17 025 543 607 (при этом крайняя слева группа может состоять из трех цифр, из двух цифр, как в нашем примере, или из одной цифры). Эти группы называют **классами**. Первый справа класс называют классом **единиц**, второй справа — классом **тысяч**, третий — классом **миллионов**, четвертый — классом **миллиардов** и т. д.

При чтении многозначного числа число, записанное в каждом классе, читают как трехзначное, двузначное или однозначное, добавляя при этом название класса (обычно название класса единиц не произносят). Число 17 025 543 607 читают:

17 миллиардов 25 миллионов 543 тысячи 607.

Каждый класс разбивают справа налево на три **разряда**: единицы, десятки, сотни.

Так, в приведенном примере в классе единиц 7 единиц, 0 десятков и 6 сотен, а в классе миллионов — 5 единиц, 2 десятка, 0 сотен. Названия всех разрядов числа 17 025 543 607 приведены в следующей таблице:

Класс миллиардов			Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
	1	7	0	2	5	5	4	3	6	0	7
Десятки миллиардов			Сотни миллионов	Десятки миллионов	Единицы миллионов	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы

Если все цифры какого-либо класса числа являются нулями, то при чтении числа название этого класса не произносят. Например, число 2 000 724 читают: 2 миллиона 724.

Запись натуральных чисел, которой мы пользуемся, называют **десятичной**. Такое название связано с тем, что десять единиц каждого разряда составляют одну единицу следующего, старшего разряда. Например, десять единиц составляют один десяток, десять десятков — одну сотню и т. д.

Число 2958 можно представить в виде суммы:

$$2958 = 2000 + 900 + 50 + 8$$

или

$$2958 = 2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Последнее равенство называют записью числа 2958 в виде *суммы разрядных слагаемых*.



1. Сколько знаков используют для записи натуральных чисел в десятичной системе? Как называют эти знаки?
2. Какие натуральные числа называют однозначными? двузначными? трехзначными? многозначными?
3. Какая цифра не может стоять первой в записи натурального числа?
4. Как называют группы из трех цифр, на которые разбивают многозначные числа справа налево?
5. Назовите по порядку первые четыре класса в записи натуральных чисел.
6. Сколько разрядов имеет каждый класс? Как их называют?
7. Как называют запись натуральных чисел, которой мы пользуемся?
8. С чем связано название десятичной записи натуральных чисел?

Решаем устно

1. На сколько:
1) 18 больше 6; 2) 4 меньше 12?
2. Во сколько раз:
1) 18 больше 6; 2) 4 меньше 12?
3. Вычислите:
1) $12 \cdot 5 + 1$; 3) $12 \cdot (5 + 1)$; 5) $12 : (5 + 1)$;
2) $12 \cdot 5 - 1$; 4) $12 \cdot (5 - 1)$; 6) $12 : (5 - 1)$.
4. Назовите пять последовательных натуральных чисел, начиная с числа: 1) 423; 2) 1658; 3) 2997.
5. Назовите в обратном порядке пять последовательных натуральных чисел, начиная с числа: 1) 358; 2) 1573; 3) 4001.
6. Назовите все четырехзначные числа, сумма цифр которых равна 2.

7. Двухзначное число оканчивается цифрой 4. Если к этому числу прибавить число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то получим число 99. Найдите эти два числа.

Упражнения

- 18.° Назовите разряд, в котором стоит цифра 4 в записи числа:
1) 34; 2) 246; 3) 473; 4) 24 569.

- 19.° Прочитайте число:

- | | |
|-----------------|---------------------|
| 1) 234 642; | 5) 6 704 917 320; |
| 2) 502 013; | 6) 72 016 050 400; |
| 3) 9 145 679; | 7) 491 872 653 000; |
| 4) 105 289 001; | 8) 305 002 800 748. |

- 20.° Запишите десятичной записью число:

- 1) 34 миллиона 384 тысячи 523;
- 2) 85 миллионов 128 тысяч 23;
- 3) 16 миллионов 26 тысяч 4;
- 4) 6 миллионов 60 тысяч 17;
- 5) 8 миллиардов 801 миллион 30 тысяч 5;
- 6) 22 миллиарда 33 миллиона 418;
- 7) 251 миллиард 538;
- 8) 46 миллиардов 854;
- 9) 607 миллиардов 3.

- 21.° Запишите десятичной записью число:

- 1) 23 миллиона 275 тысяч 649;
- 2) 56 миллионов 319 тысяч 48;
- 3) 12 миллионов 20 тысяч 21;
- 4) 8 миллионов 7 тысяч 3;
- 5) 6 миллиардов 325 миллионов 800 тысяч 954;
- 6) 14 миллиардов 52 миллиона 819;
- 7) 368 миллиардов 742 тысячи;
- 8) 92 миллиарда 29.

- 22.° Запишите цифрами число:

- 1) сорок шесть миллиардов четыреста пятьдесят семь миллионов семьсот двадцать семь тысяч триста восемьдесят восемь;
- 2) шестьсот тридцать два миллиарда двести четыре миллиона тридцать пять тысяч сорок семь;
- 3) сто пять миллиардов пятьсот тридцать девять тысяч сто;
- 4) тридцать миллиардов двадцать тысяч девяносто;
- 5) восемь миллиардов семь миллионов пятнадцать тысяч четырнадцать;
- 6) один миллиард две тысячи два.

23.° Запишите цифрами число:

- 1) три миллиона триста тридцать три тысячи триста тридцать три;
- 2) три миллиона триста тысяч;
- 3) три миллиона три тысячи;
- 4) три миллиона тридцать;
- 5) три миллиона тридцать тысяч триста;
- 6) три миллиона три тысячи три;
- 7) три миллиона три.

24.° Запишите цифрами число:

- 1) шестьдесят восемь миллиардов двести сорок девять миллионов девятьсот пятьдесят четыре тысячи семьсот двадцать три;
- 2) восемьсот четырнадцать миллиардов сто девять миллионов две тысячи тридцать два;
- 3) триста семь миллиардов шестьсот двадцать одна тысяча четыреста;
- 4) девяносто миллиардов десять тысяч двадцать;
- 5) два миллиарда три миллиона четыре тысячи пять;
- 6) один миллиард одна тысяча один.

25.° Запишите и прочитайте число, которое получится, если записать число 514 подряд:

- 1) два раза; 2) три раза; 3) четыре раза.

26.° Запишите и прочитайте число, которое получится, если записать число 48 подряд:

- 1) два раза; 2) три раза; 3) четыре раза; 4) пять раз.

27.* Представьте в виде суммы разрядных слагаемых число:

- | | | |
|----------|-------------|-----------------|
| 1) 846; | 3) 12 619; | 5) 32 598 009; |
| 2) 2375; | 4) 791 105; | 6) 540 007 020. |

28.* Представьте в виде суммы разрядных слагаемых число:

- | | | |
|------------|-------------|----------------|
| 1) 34 729; | 2) 478 254; | 3) 23 487 901. |
|------------|-------------|----------------|

29.* Запишите число, которое:

- 1) на 1 меньше наименьшего трехзначного числа;
- 2) на 4 больше наибольшего трехзначного числа;
- 3) на 5 меньше наименьшего пятизначного числа;
- 4) на 6 больше наибольшего шестизначного числа;
- 5) на 7 больше наименьшего восьмизначного числа.

30.* Запишите наибольшее восьмизначное число, а также следующее и предыдущее числа.

31.* Запишите наименьшее семизначное число, а также следующее и предыдущее числа.

32.** Двухзначное число записали два раза подряд. Во сколько раз полученное четырехзначное число больше данного двухзначного числа?

- 33.** Трехзначное число записали два раза подряд. Во сколько раз полученное шестизначное число больше данного трехзначного числа?
- 34.* В книге пронумерованы страницы с первой по сто семьдесят вторую. Сколько цифр было напечатано при нумерации страниц?
- 35.* Для нумерации страниц книги было напечатано 2004 цифры. Сколько страниц в этой книге?
- 36.* Каких трехзначных чисел больше: все цифры которых четные или все цифры которых нечетные?

Упражнения для повторения

37. Вычислите:

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $24 \cdot 564$; | 5) $407 \cdot 306$; | 9) $1134 : 42$; |
| 2) $754 \cdot 60$; | 6) $852 : 6$; | 10) $3198 : 26$; |
| 3) $2504 \cdot 82$; | 7) $67\,216 : 8$; | 11) $4532 : 22$; |
| 4) $364 \cdot 276$; | 8) $782 : 34$; | 12) $14\,210 : 35$. |

38. Выполните действия:

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------|
| 1) $49 + 26 \cdot (54 - 27)$; | 3) $(801 - 316) \cdot 29$; |
| 2) $36 : 9 + 18 \cdot 5$; | 4) $(488 + 808) : 18$. |

39. Первый полет в космос совершил в 1961 г. гражданин Советского Союза Юрий Гагарин. Через 8 лет после этого на Луну ступил первый человек — гражданин США Нейл Армстронг. Еще через 28 лет в составе экипажа корабля «Колумбия» в космос полетел первый космонавт независимой Украины Леонид Каденюк. В каком году состоялся этот полет?



Леонид Каденюк
(1951–2018)

40. Масса палицы Катигорошка равна 60 пудам, а масса его сабли в 12 раз меньше. Какова общая масса палицы и сабли Катигорошка?
41. Чтобы помочь заболевшему Карабасу Барабасу, Дуремар решил поставить ему пиявки. Для первой процедуры он использовал 24 пиявки, а для второй — в 3 раза больше. Сколько всего пиявок понадобилось Дуремару, чтобы вылечить Карабаса Барабаса?
42. Вертолет за 4 ч может пролететь 720 км. Какое расстояние он пролетит за 6 ч с такой же скоростью?
43. За три дня кузнец Вакула изготовил 432 подковы. Сколько подков он изготовит за 5 дней, работая с таким же энтузиазмом?



Задача от Мудрой Совы

44. В этом году день рождения отца был в воскресенье. В какой день недели праздновала свой день рождения мать, если она на 62 дня моложе отца?

Когда сделаны уроки

Как считали в старину

В местах обитания первобытного человека археологи находят предметы с выбитыми точками, нацарапанными черточками, глубокими зарубками. Эти находки позволяют предположить, что уже в каменном веке люди умели не только считать, но и фиксировать («записывать») результаты своих подсчетов.

С развитием общества совершенствовались и способы счета. Ведь такие примитивные средства счета, как зарубки на палке, узлы на веревке или камешки, сложенные в кучки, не могли удовлетворить потребности торговли и производства.



Приблизительно за 3000 лет до н. э. было сделано важнейшее открытие: люди изобрели специальные знаки для обозначения определенного количества предметов. Например, египтяне десяток обозначали символом **А**, сотню — символом **С**. Число 123 записывали следующим образом: **САААА**.

В Древнем Риме записывали числа с помощью таких цифр:

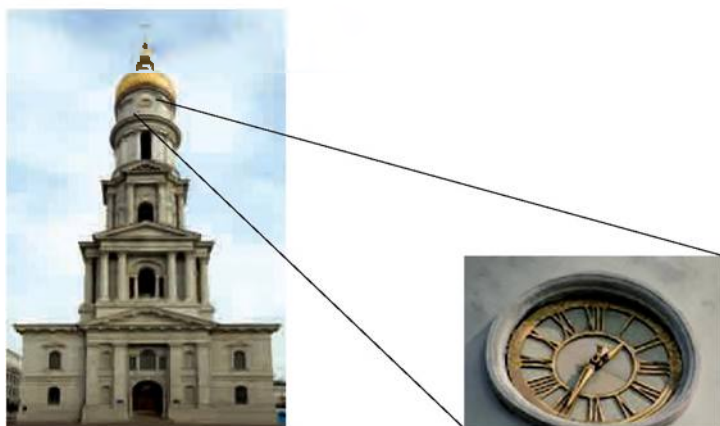
I — один;	C — сто;
V — пять;	D — пятьсот;
X — десять;	M — тысяча.
L — пятьдесят;	

Римская система счисления основывается на следующем принципе: если при чтении слева направо меньшая цифра стоит после большей, то ее прибавляют к большей: $VI = 6$, $XXXII = 32$; если меньшая цифра стоит перед большей, то ее вычитают из большей: $IV = 4$, $VL = 45$.

В римской системе счисления, например, число 14 записывают так: **XIV**. Здесь цифра **I** стоит между двумя большими цифрами **X** и **V**. В таких случаях цифру **I** вычитают из цифры, стоящей справа от нее (в нашем примере это цифра **V**).

Год 1814-й, в котором родился Тарас Шевченко, с помощью римских цифр можно записать так: **MDCCCXIV**.

Эта система сохранилась до наших дней. Часто можно встретить записи, в которых использованы римские цифры, например: XXI век, глава VI. Также их можно увидеть на циферблатах часов, памятниках архитектуры.



Успенский собор (г. Харьков)

Вы, наверное, уже заметили, что даже прочитать число, записанное римскими цифрами, нелегко. Тем более сложно выполнять в такой записи чисел арифметические действия с ними. Кроме того, если требуется записывать достаточно большие числа (миллион, миллиард и т. п.), то нужно придумывать новые цифры, иначе запись числа будет очень длинной. Например, если для записи числа 1 000 000 использовать только римскую цифру М, то запись будет состоять из тысячи таких знаков. Все эти недостатки существенно сужают возможность применения римской системы счисления.

В Древней Руси не стали придумывать специальные значки для обозначения цифр. Для этого использовали буквы алфавита. Над буквой ставили волнистую линию — титло.

Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ	Ѣ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Например, число 241 записывали так: **ḪMĀ**.

Одно из величайших достижений человечества — изобретение **десятичной позиционной системы счисления**. С помощью этой системы записывают сколь угодно большие числа, используя всего лишь десять различных цифр. Это возможно потому, что одна и та же цифра имеет различные значения в зависимости от ее **позиции** в числе.

Цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 называют арабскими. Однако арабы лишь распространили десятичную позиционную систему, созданную индусами.

Некоторые племена и народы использовали другие позиционные системы счисления. Например, индейцы племени майя использовали двадцатеричную систему, а древний народ шумеры — шестидесятеричную.

Следы двадцатеричной системы можно обнаружить в некоторых европейских языках. Так, французы вместо «восемьдесят» говорят «четырежды двадцать» («*quatre-vingts*»). Разбиение одного часа на 60 минут, а одной минуты на 60 секунд — пример явного наследия шестидесятеричной системы.

Счет с помощью десяти пальцев рук привел к возникновению десятичной системы. Общее количество пальцев на руках и ногах явилось основой для создания двадцатеричной системы. «Пальцевое» происхождение имеет и двенадцатеричная система: попробуйте большим пальцем руки сосчитать фаланги на других пальцах этой же руки, в результате получится 12 (рис. 2). Так возник счет **дюжинами**.



Рис. 2

И в наши дни в Европе дюжинами продают носовые платки, пуговицы, куриные яйца. Количество предметов в столовых приборах и сервизах (вилки, ножи, ложки, тарелки, чашки, бокалы и т. п.), как правило, равно 6 (полдюжина), 12, 24 и т. д.

Существуют и другие позиционные системы счисления. Так, в основе устройства и работы компьютера лежит двоичная система счисления, в которой используются всего две цифры — 0 и 1. Подробнее о двоичной системе счисления вы узнаете на уроках информатики.

Как называют «числа-великаны»

Число миллион — большое или маленькое? Например, чтобы провести на уроках один миллион минут, вам пришлось бы учиться в школе около 20 лет. Этот пример показывает, что миллион — большое число.

Однако для удовлетворения потребностей таких наук, как экономика, астрономия, физика, химия, нужны числа гораздо больше миллиона.

Тысячу миллионов называют **биллионом** или **миллиардом**, тысячу биллионов — **триллионом**. Если к триллиону приписать справа три нуля, то получим **квадриллион**. Далее, приписывая каждый раз по три нуля, получим последовательность чисел с такими названиями: **квинтиллион**, **секстиллион**, **септиллион**, **октиллион**, **нониллион**.

Есть названия и у чисел, больших нониллиона (см. форзац).

Чтобы вы могли представить, насколько эти числа огромны, приведем еще один пример. Возраст нашей Вселенной, по оценкам ученых, не превышает квинтиллиона минут.

3. Отрезок. Длина отрезка

Если вы хорошо заточенным карандашом прикоснетесь к тетрадному листу, то останется след, который дает представление о **точке** (рис. 3). Точки принято обозначать большими латинскими буквами: A , B , C , D ,

Отметим на листе бумаги две точки A и B . Эти точки можно соединить различными линиями (рис. 4). А как соединить точки A и B самой короткой линией? Это можно сделать с помощью линейки (рис. 5).

Полученную линию называют **отрезком**, а точки A и B — **концами отрезка**.

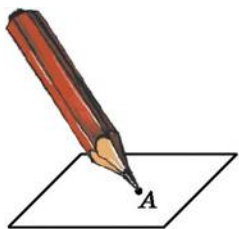


Рис. 3

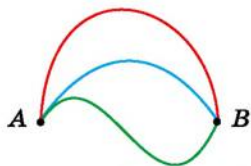


Рис. 4

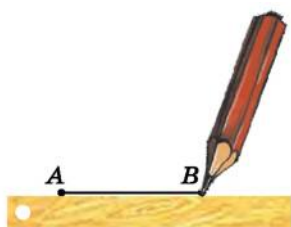


Рис. 5

Точка и отрезок — примеры геометрических фигур.

Существует единственный отрезок, концами которого являются точки A и B . Поэтому отрезок обозначают, записывая точки, являющиеся его концами. Например, отрезок на рисунке 5 обозначают одним из двух способов: AB или BA . Читают: «отрезок AB » или «отрезок BA ».

На рисунке 6 изображены три отрезка. Длина отрезка AB равна 1 см. Он помещается в отрезке MN ровно три раза, а в отрезке EF — ровно четыре раза. Будем говорить, что **длина отрезка MN равна 3 см**, а **длина отрезка EF — 4 см**.

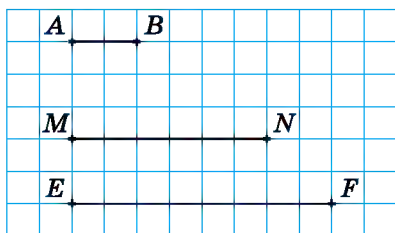


Рис. 6

Также принято говорить: «отрезок MN равен 3 см», «отрезок EF равен 4 см». Пишут: $MN = 3$ см, $EF = 4$ см.

Длины отрезков MN и EF мы измеряли **единичным отрезком**, длина которого равна 1 см. Для измерения отрезков можно выбрать и другие **единицы длины**, например 1 мм, 1 дм, 1 км. На рисунке 7, а длина отрезка PK равна 17 мм. Он измерен **единичным отрезком**, длина которого равна 1 мм, с помощью линейки с делениями. Также с помощью линейки можно построить (начертить) отрезок заданной длины (рис. 7, б).



Рис. 7

Вообще, *измерить отрезок — это значит подсчитать, сколько единичных отрезков в нем помещается.*



Рис. 8

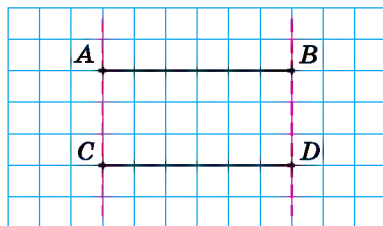


Рис. 9

Длина отрезка обладает следующим свойством.

Если на отрезке AB отметить точку C , то длина отрезка AB равна сумме длин отрезков AC и CB (рис. 8).

Пишут: $AB = AC + CB$.

На рисунке 9 изображены два отрезка AB и CD . Эти отрезки при наложении совместятся.

Два отрезка называют **равными**, если они совмещаются при наложении.

Следовательно, отрезки AB и CD равны.

Пишут: $AB = CD$.

Равные отрезки имеют равные длины.

Из двух неравных отрезков большим будем считать тот, длина которого больше. Например, на рисунке 6 отрезок EF больше отрезка MN .

Длину отрезка AB называют **расстоянием** между точками A и B .

Если несколько отрезков расположить так, как показано на рисунке 10, то образуется геометрическая фигура, которую называют **ломаной**. Заметим, что все отрезки, изображенные на рисунке 11, ломаную не образуют. Считают, что отрезки образуют ломаную, если конец первого отрезка совпадает с концом второго, а другой конец второго отрезка — с концом третьего и т. д.

Точки A, B, C, D, E — **вершины** ломаной $ABCDE$ (рис. 10), точки A и E — **концы** ломаной, а отрезки AB, BC, CD, DE — ее **звенья**.

Длиной ломаной называют сумму длин всех ее звеньев.

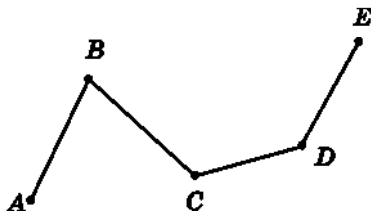


Рис. 10

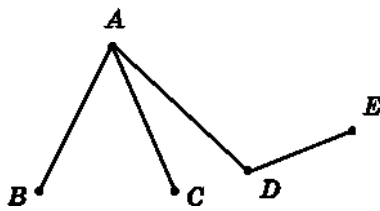


Рис. 11

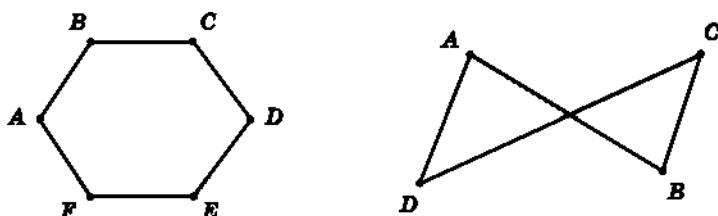


Рис. 12

На рисунке 12 изображены две ломаные, концы которых совпадают. Такие ломаные называют **замкнутыми**.

ПРИМЕР 1 Отрезок BC на 3 см короче отрезка AB , длина которого равна 8 см (рис. 13). Найдите длину отрезка AC .

Решение. Имеем: $BC = 8 - 3 = 5$ (см).

Воспользовавшись свойством длины отрезка, можно записать: $AC = AB + BC$. Отсюда $AC = 8 + 5 = 13$ (см).

Ответ: 13 см. ◀



Рис. 13

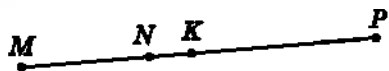


Рис. 14

ПРИМЕР 2 Известно, что $MK = 24$ см, $NP = 32$ см, $MP = 50$ см (рис. 14). Найдите длину отрезка NK .

Решение. Имеем: $MN = MP - NP$.

Отсюда $MN = 50 - 32 = 18$ (см).

Имеем: $NK = MK - MN$.

Тогда $NK = 24 - 18 = 6$ (см).

Ответ: 6 см. ◀

1. Сколько существует отрезков, концами которых являются две данные точки?
2. Как обозначают отрезок?
3. Какие вы знаете единицы длины?
4. Объясните, что значит измерить длину отрезка.
5. Каким свойством обладает длина отрезка?
6. Какие отрезки называют равными?
7. Какие длины имеют равные отрезки?
8. Какой из двух неравных отрезков считают большим?
9. Что называют расстоянием между точками A и B ?
10. Объясните, какую геометрическую фигуру называют ломаной.
11. Что называют длиной ломаной?
12. Какую ломаную называют замкнутой?

Решаем устно

1. Какое число больше числа 46 на 9? Какое число меньше числа 72 на 15? Какое число больше числа 21 в 7 раз? Какое число меньше числа 65 в 13 раз?
2. Назовите все двузначные числа, сумма цифр которых равна 6.
3. Назовите все двузначные числа, разность цифр которых равна 7.
4. Назовите три последовательных натуральных числа, наименьшим из которых является наибольшее четырехзначное число.
5. Назовите три последовательных натуральных числа, наибольшим из которых является наименьшее четырехзначное число.
6. Выразите в сантиметрах:
 - 1) 7 дм 4 см;
 - 2) 4 м 1 см;
 - 3) 2 м 6 дм;
 - 4) 1 м 2 дм 5 см.
7. Выразите в дециметрах и сантиметрах:
 - 1) 72 см;
 - 2) 146 см;
 - 3) 450 мм;
 - 4) 8 м 40 мм.

Упражнения

- 45.° Назовите все отрезки, изображенные на рисунке 15.

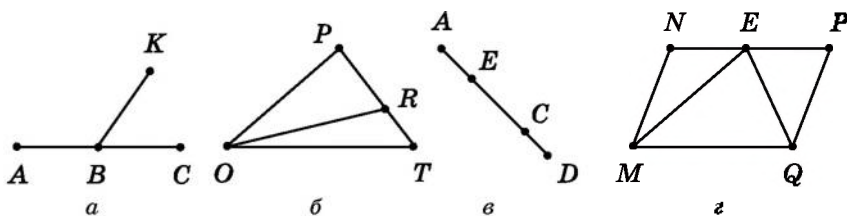


Рис. 15

- 46.° Запишите все отрезки, изображенные на рисунке 16.

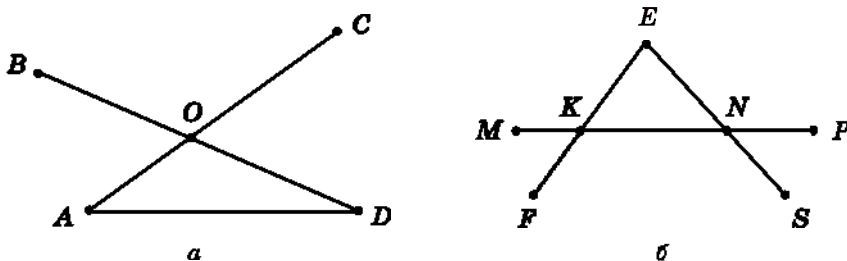


Рис. 16

- 47.° Отметьте в тетради точки A, B, C и D и соедините их попарно отрезками. Сколько отрезков образовалось? Сколько образовалось отрезков с концом в точке A?

- 48.° Начертите отрезки MN и AC так, чтобы $MN = 6$ см 3 мм, $AC = 5$ см 3 мм.
- 49.° Начертите отрезки EF и BK так, чтобы $EF = 9$ см 2 мм, $BK = 7$ см 6 мм.
- 50.° Начертите отрезок AB , длина которого равна 8 см 9 мм. Отметьте на нем точку C так, чтобы $CB = 3$ см 4 мм. Вычислите длину отрезка AC .
- 51.° Начертите отрезок TP , длина которого равна 7 см 8 мм. Отметьте на нем точку E так, чтобы $TE = 2$ см 6 мм. Вычислите длину отрезка EP .
- 52.° Сравните на глаз отрезки AB и CD (рис. 17). Проверьте свой вывод измерением.



Рис. 17

- 53.° Найдите все ломаные, изображенные на рисунке 11. Какие из них имеют наибольшее количество звеньев?
- 54.° Назовите звенья ломаной, изображенной на рисунке 18, и измерьте их длины (в миллиметрах). Вычислите длину ломаной.

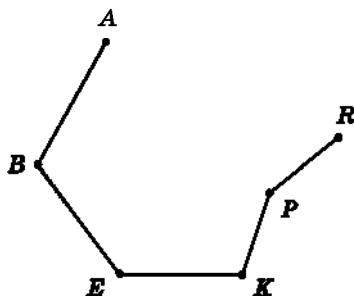


Рис. 18

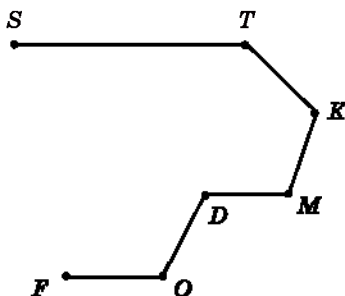


Рис. 19

- 55.° Запишите звенья ломаной, изображенной на рисунке 19, и измерьте их длины (в миллиметрах). Вычислите длину ломаной.
- 56.° Отметьте в узле клеток тетради точку A ; точку B отметьте на 4 клетки левее и на 5 клеток выше точки A ; точку C — на 3 клетки правее и на 1 клетку выше точки B ; точку D — на 3 клетки правее и на 3 клетки ниже точки C ; точку E — на 1 клетку правее и на 2 клетки ниже точки D . Соедините последовательно отрезками точки A, B, C, D и E . Какая фигура образовалась? Запишите ее название и укажите количество звеньев.

57.° Вычислите длину ломаной $ABCDE$, если $AB = 8$ см, $BC = 14$ см, $CD = 23$ см, $DE = 10$ см.

58.° Вычислите длину ломаной $MNKPEF$, если $MN = 42$ мм, $NK = 38$ мм, $KP = 19$ мм, $PE = 12$ мм, $EF = 29$ мм.

59.° Начертите в тетради ломаную, изображенную на рисунке 20. Измерьте длины звеньев (в миллиметрах) и найдите длину ломаной.

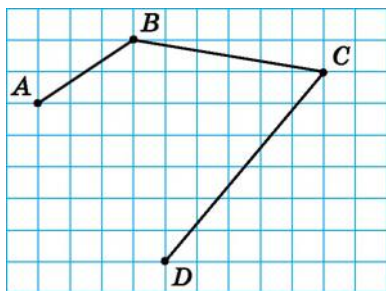


Рис. 20

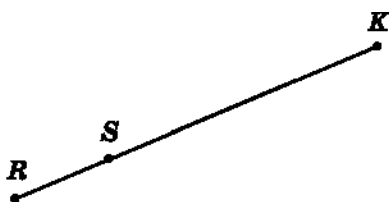


Рис. 21

60.° Известно, что отрезок SK в 3 раза больше отрезка RS (рис. 21). Найдите длину отрезка RK , если $RS = 34$ см.

61.° Известно, что отрезок DB в 5 раз меньше отрезка AD (рис. 22). Найдите длину отрезка AB , если $AD = 135$ см.

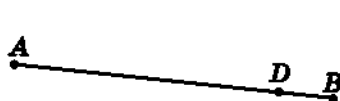


Рис. 22

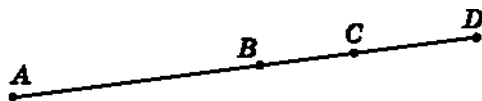


Рис. 23

62.° Известно, что $AC = 32$ см, $BC = 9$ см, $CD = 12$ см (рис. 23). Найдите длины отрезков AB и BD .

63.° Известно, что $MF = 43$ см, $ME = 26$ см, $KE = 18$ см (рис. 24). Найдите длины отрезков MK и EF .

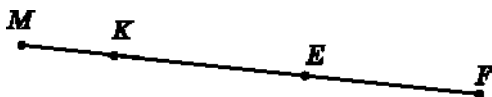


Рис. 24

64.° Даны две точки. Сколько можно провести отрезков, соединяющих эти точки? Сколько можно провести ломаных, соединяющих эти точки?

65.° Начертите отрезок MK и отметьте на нем точки A и C . Запишите все образовавшиеся отрезки.

- 66.* Длина отрезка AB равна 28 см. Точки M и K принадлежат этому отрезку, причем точка K лежит между точками M и B , $AM = 12$ см, $BK = 9$ см. Найдите длину отрезка MK .
- 67.* Точка C принадлежит отрезку AB , отрезок AC равен 15 см, а отрезок AB на 5 см больше отрезка AC . Чему равна длина отрезка BC ? Есть ли в условии задачи лишние данные?
- 68.* Отрезки MT и FK равны (рис. 25). Сравните отрезки MF и TK .



Рис. 25

- 69.* Постройте ломаную $ACDM$ так, чтобы $AC = 15$ мм, $CD = 24$ мм, $DM = 32$ мм. Вычислите длину ломаной.
- 70.* Постройте ломаную $CEFK$ так, чтобы звено CE было равно 8 мм, звено EF было на 14 мм больше звена CE , а звено FK — на 7 мм меньше звена EF . Вычислите длину ломаной.
- 71.* Вычислите длину ломаной, изображенной на рисунке 26.

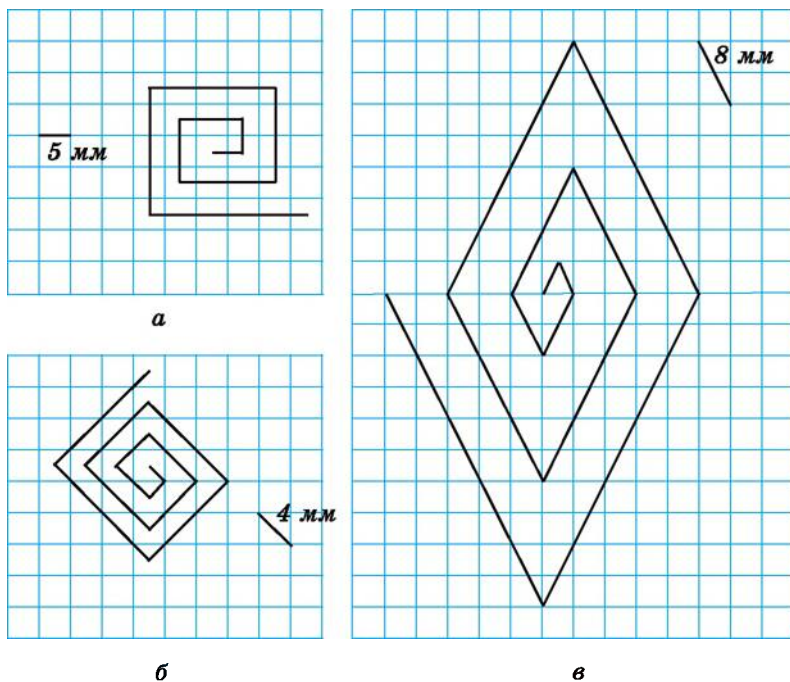


Рис. 26

72.* Известно, что $AC = 8$ см, $BD = 6$ см, $BC = 2$ см (рис. 27). Найдите длину отрезка AD .

73.* Известно, что $MF = 30$ см, $ME = 18$ см, $KF = 22$ см (рис. 28). Найдите длину отрезка KE .

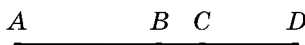


Рис. 27



Рис. 28

74.** Известно, что $KP = PE = EF = FT = 2$ см (рис. 29). Какие еще равные отрезки есть на этом рисунке? Найдите их длины.

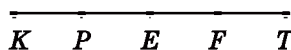


Рис. 29

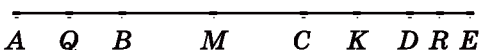


Рис. 30

75.** На первом отрезке отметили семь точек так, что расстояние между соседними точками равно 3 см, а на втором — десять точек так, что расстояние между соседними точками равно 2 см. Расстояние между какими крайними из отмеченных точек больше: лежащими на первом отрезке или лежащими на втором отрезке?

76.* Известно, что $AE = 12$ см, $AQ = QB$, $BM = MC$, $CK = KD$, $DR = RE$, $MK = 4$ см (рис. 30). Найдите длину отрезка QR .

77.* Какое наименьшее количество точек надо отметить на отрезках, изображенных на рисунке 31, чтобы на каждом из них было по две отмеченные точки, не считая концов отрезка?

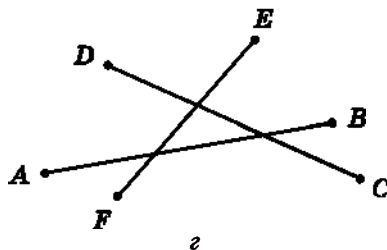
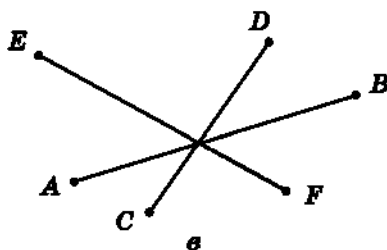
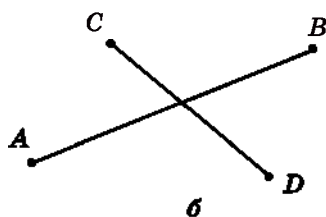
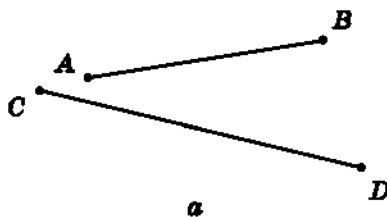


Рис. 31

- 78.* У Миши есть линейка, на шкале которой отмечены только 0 см, 5 см и 13 см (рис. 32). Как, пользуясь этой линейкой, он сможет построить отрезок длиной: 1) 3 см; 2) 2 см; 3) 1 см?



Рис. 32

Упражнения для повторения

79. Вычислите:

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $258 \cdot 75$; | 5) $104 \cdot 904$; | 9) $3328 : 52$; |
| 2) $280 \cdot 70$; | 6) $868 : 7$; | 10) $9044 : 38$; |
| 3) $6409 \cdot 48$; | 7) $81\,225 : 9$; | 11) $14\,496 : 48$; |
| 4) $685 \cdot 293$; | 8) $896 : 28$; | 12) $37\,592 : 74$. |

80. Выполните действия:

- 1) $38 \cdot 17 - 4832 : 16$; 2) $3596 - 3596 : (2314 - 2256)$.

81. Выдающийся украинский педагог В. А. Сухомлинский (1918–1970) начал педагогическую деятельность в 1935 г., а с 1947 г. до конца жизни работал директором Павлышской средней школы Кировоградской области. В каком возрасте Василий Александрович начал преподавать? Сколько лет он посвятил обучению детей? Сколько лет В. А. Сухомлинский руководил школой?

82. Детскому саду подарили 4 ящика конфет по 5 кг в каждом и 6 ящиков печенья по 3 кг в каждом. На сколько килограммов больше подарили конфет, чем печенья?

83. На зиму Винни-Пух заготовил 7 бочонков меда по 12 кг в каждом и 8 бочонков по 10 кг в каждом. Сколько всего килограммов меда заготовил Винни-Пух?

84. В магазин завезли 240 кг бананов и 156 кг апельсинов. Треть завезенных фруктов продали в первый день, а остальные — во второй день. Сколько килограммов фруктов продали во второй день?

85. Барвинок собрал в своем саду 246 кг яблок и 354 кг груш. Шестую часть всех фруктов Барвинок отдал своим друзьям из детского сада, пятую часть всех фруктов — друзьям из школы, а остальное — в больницу. Сколько килограммов фруктов отдал Барвинок в больницу?



Задача от Мудрой Совы

86. Укажите наименьшее натуральное число, сумма цифр которого равна 101.

Когда сделаны уроки

От локтей и ладоней к метрической системе

Для измерения длины отрезка каждый учащийся вашего класса может на свое усмотрение принять за единичный отрезок любой длины. Однако в этом случае будет довольно трудно совместно пользоваться результатами измерений. Гораздо удобнее согласовать свой выбор, то есть указать отрезок, которым при измерениях будут пользоваться все.

Приблизительно так и возникли единицы измерения длины.

Испокон веков люди пользовались такой естественной мерой длины, как *шаг*. Многие народы применяли в качестве меры длины *дальность полета стрелы*. Большие расстояния измеряли *дневными переходами*. Также использовали «измерительные приборы», которые были под рукой: *пядь*, *локоть*, *ладонь*, *фут*, *дюйм*, *косая сажень* (рис. 33) и т. п.

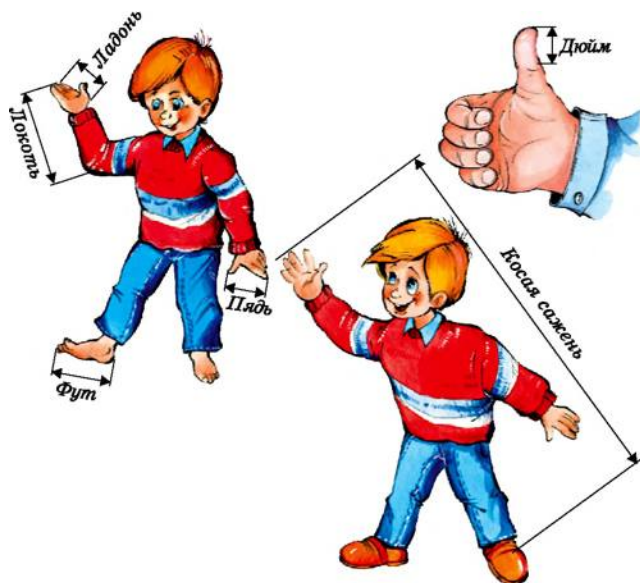


Рис. 33

Понятно, что такие «эталоны» длины удобны, но очень неточны. Кроме того, их многообразие и несогласованность были преградой в общении, развитии торговли и производства. Так, в XVIII в. почти каждый немецкий город, большинство государств, находившихся на территории современной Италии, вводили свои меры, которые нередко имели одинаковые названия, но не были равны. Во Франции дело дошло даже до того, что каждый феодал устанавливал в своих владениях собственные меры.

В 1790 г. в Национальное собрание Франции было внесено предложение о создании новой системы мер, и в 1791 г. была введена единица длины — метр. Слово «метр» происходит от греческого слова «метрон», что означает «мера». В 1799 г. был изготовлен эталон метра в виде платинового стержня. Однако понадобилось еще почти 100 лет, чтобы метрическая система мер заняла в Европе прочное положение.

Названия других единиц длины, связанных с метром, образованы с помощью приставок *деци-*, *санτι-*, *милли-*, что означает уменьшение метра соответственно в 10, 100, 1000 раз. Например, *дециметр* — десятая часть метра, *миллиметр* — тысячная часть метра. Приставка *кило-* означает увеличение в 1000 раз, поэтому *километр* равен 1000 метров.



Рис. 34

Метрическая система мер введена практически во всем мире, но господствует она не во всех странах. Например, в Великобритании наряду с метрической системой до сих пор пользуются такими средневековыми мерами длины, как миля, ярд, фут, дюйм. На стене обсерватории в Гринвиче изображены эти эталоны длины (рис. 34).

В 1889 г. из сплава платины и иридия был изготовлен более точный международный эталон метра (рис. 35). Он хранится в Международном бюро мер и весов в предместье Парижа Севре.

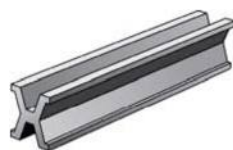


Рис. 35

4. Плоскость. Прямая. Луч

Размеры вашей тетради не позволяют строить отрезки большой длины. А вообразите себе, что тетрадный лист вырос до размеров стола, теннисного корта, даже футбольного поля. Такой лист является примером части **плоскости**.

Плоскость *бесконечна*, поэтому ее нельзя изобразить. Эту геометрическую фигуру можно лишь вообразить.

Теперь понятно, что на плоскости можно начертить отрезок очень большой длины. Более того, любой отрезок с помощью линейки можно продлить в обе стороны. Мысленно это можно сделать неограниченно, и тогда мы получим геометрическую фигуру, которую называют **прямой**.

Прямая не имеет концов. Она бесконечна. Поэтому на рисунке мы можем изобразить только часть прямой — отрезок.

Отметим на листе бумаги две точки A и B . Проведем через них прямую (рис. 36). Если попытаемся провести через эти точки еще одну прямую, то нам это не удастся.

Через две точки проходит только одна прямая.

Это свойство позволяет обозначать прямую, называя две любые ее точки. Так, прямую, проведенную через точки A и B (рис. 36), обозначают одним из двух способов: AB или BA . Читают: «прямая AB » или «прямая BA ».

Прямые также обозначают одной строчной латинской буквой. На рисунке 37 изображены прямые m и n .

Проведем прямую AB и отметим на ней точку O (рис. 38). Эта точка делит прямую на две части. Каждую из этих частей вместе с точкой O называют **лучом**. Точку O называют **началом луча**. Конца у луча нет.

Так же, как и прямую, луч обозначают двумя прописными латинскими буквами. Первой записывают букву, обозначающую начало луча, а потом букву, обозначающую какую-либо другую точку этого луча. Например, луч с началом в точке O (рис. 39) можно обозначить OA или OB .

Луч — это еще один пример геометрической фигуры.



Рис. 37

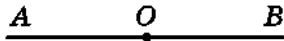


Рис. 38

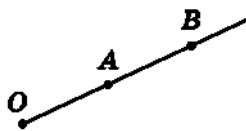


Рис. 39



1. Является ли плоскость бесконечной?
2. Имеет ли прямая концы?
3. Сколько прямых проходит через две точки?
4. Как обозначают прямую?
5. Как называют части прямой, на которые делит ее любая точка этой прямой? Как при этом называют эту точку?
6. Как обозначают луч?
7. С какими геометрическими фигурами вы ознакомились в этом пункте?

Решаем устно

1. Вычислите:

1) $312 \cdot 10$;	4) $720 : 9$;	7) $1212 : 12$;
2) $5 \cdot 1000$;	5) $480 : 4$;	8) $1010 : 5$.
3) $100 \cdot 10\,000$;	6) $480 : 16$;	
2. Удвойте число 26. Найдите половину числа 26. Утройте число 27. Найдите треть числа 27.
3. В 10 ч утра со станции отправился поезд со скоростью 60 км/ч. На каком расстоянии от станции будет поезд в 15 ч того же дня, если будет идти с такой же скоростью и без остановок?
4. Веревку разрезали на три куска так, что первый кусок оказался на 3 м короче второго и на 3 м длиннее третьего куска. На сколько метров третий кусок короче второго?

Упражнения

- 87.° Отметьте в тетради точки M и K и проведите через них прямую. Отметьте на отрезке MK точку N . Принадлежит ли точка N прямой MK ? Отметьте на прямой MK точку P , лежащую вне отрезка MK . Запишите все возможные обозначения проведенной прямой.
- 88.° Проведите произвольную прямую и отметьте на ней точки A , B и C . Запишите все возможные обозначения проведенной прямой.
- 89.° Пользуясь рисунком 40, определите, верно ли утверждение:
 - 1) точка Q принадлежит отрезку ME ;
 - 2) точка Q принадлежит лучу EF ;
 - 3) точка Q принадлежит лучу FE ;
 - 4) точка E принадлежит лучу MF и лучу FM ;
 - 5) точка M принадлежит отрезку QE ;
 - 6) точка M принадлежит прямой QE .

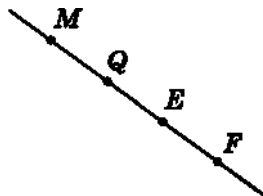


Рис. 40

90.° Пересекаются ли изображенные на рисунке 41:

- 1) прямая CE и отрезок AB ;
- 2) луч OK и прямая CE ;
- 3) луч OK и отрезок AB ?

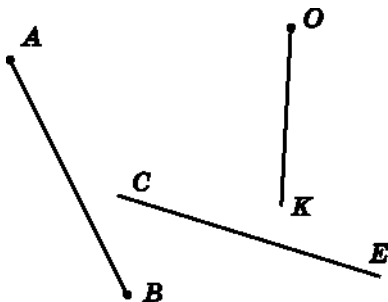


Рис. 41

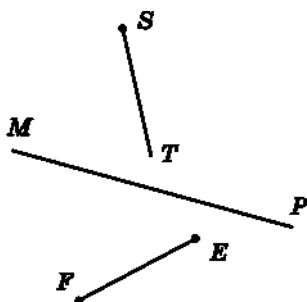


Рис. 42

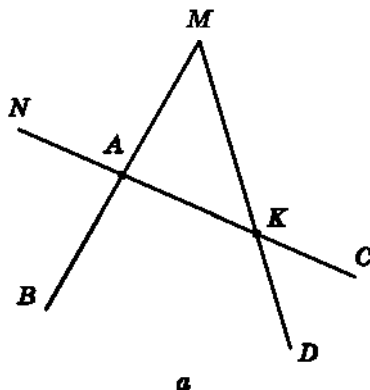
91.° Пересекаются ли изображенные на рисунке 42:

- 1) прямая MP и отрезок EF ;
- 2) луч ST и прямая MP ;
- 3) отрезок EF и луч ST ?

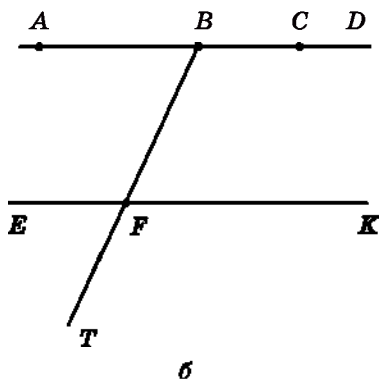
92.° Отметьте в тетради: 1) четыре точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой; 2) пять точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой.

93.° На прямой AB отметили две точки M и N . Назовите фигуры, которые при этом образовались.

94.° Назовите все отрезки, прямые и лучи, изображенные на рисунке 43.



а



б

Рис. 43

95.* Запишите все отрезки, прямые и лучи, изображенные на рисунке 44.

96.* Начертите два луча так, чтобы их общая часть была: 1) точкой; 2) отрезком; 3) лучом.

97.* Отметьте на плоскости точки M , K , T и F так, чтобы луч MK пересекал прямую TF , а луч TF не пересекал прямую MK .

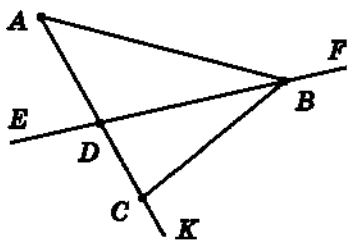


Рис. 44

98.* Начертите прямую AC , отрезки KE и BD , луч ST так, чтобы отрезок KE пересекал прямую AC и не пересекал луч ST , отрезок BD не пересекал прямую AC и отрезок KE и пересекал луч ST , а прямая AC и луч ST пересекались.

99.* Начертите луч CD , прямую AB и отрезки MK и OP так, чтобы отрезок MK лежал на прямой AB , отрезок OP — на луче CD и чтобы прямая AB пересекала отрезок OP , а луч CD — отрезок MK .

100.* Сколько лучей образуется, если на прямой отметить:
1) 4 точки; 2) 100 точек?

101.* Точки A , B и C лежат на одной прямой. Найдите длину отрезка BC , если $AB = 24$ см, $AC = 32$ см. Сколько решений имеет задача?

102.* Точки M , K и N лежат на одной прямой. Найдите длину отрезка KN , если $MK = 15$ см, $MN = 6$ см.

103.* На плоскости проведены пять попарно пересекающихся прямых. Каким может оказаться наименьшее количество точек пересечения этих прямых? Каким может быть наибольшее количество точек пересечения?

104.* На плоскости проведены три прямые. На какое наибольшее и на какое наименьшее количество частей эти прямые могут разбить плоскость?

105.* Проведите шесть прямых и отметьте на них 11 точек так, чтобы на каждой прямой были отмечены ровно четыре точки.

106.* На плоскости проведены три прямые. На первой прямой отметили 5 точек, на второй — 7 точек, а на третьей — 3 точки. Какое наименьшее количество различных точек может оказаться отмеченным?

Упражнения для повторения

107. В парке растет 168 дубов, берез — в 4 раза меньше, чем дубов, а кленов — на 37 деревьев больше, чем берез. Сколько всего дубов, берез и кленов растет в парке?
108. Группа туристов прошла пешком 72 км, проехала на поезде в 5 раз больше, чем прошла пешком, а на автобусе проехала на 128 км меньше, чем на поезде. Сколько всего километров преодолели туристы?
109. Отправившись в гости к Ивасику-Телесику, Баба-Яга пролетела в своей ступе 276 км за 4 ч, а остальные 156 км прошла за 6 ч в сапогах-скороходах. На сколько скорость ступы больше скорости сапог-скороходов?
110. По течению реки лодка проплывает 95 км за 5 ч, а против течения — 119 км за 7 ч. На сколько скорость лодки против течения меньше ее скорости по течению?
111. На прямой отметили 20 точек так, что расстояние между любыми двумя соседними точками равно 4 см. Найдите расстояние между крайними точками.
112. На прямой отметили точки так, что расстояние между любыми двумя соседними точками равно 5 см, а между крайними точками — 45 см. Сколько точек отмечено на прямой?



Задача от Мудрой Совы

113. Как расставить 16 учеников в три ряда, чтобы в каждом ряду их было поровну?

Когда сделаны уроки

О льняной нити и линиях

Отрезок, прямая, луч — это примеры (виды) **линий**. След, оставленный коньком фигуриста на льду (рис. 45), нитка, случайно оказавшаяся на вашей школьной форме, дают представление о линии.

Автомобильную дорогу на карте изображают линией (рис. 46).

Древнегреческий математик Евклид в своей знаменитой книге «Начала» образно определил линию как «длину без ширины».

Слово «линия» происходит от латинского слова «*linum*» — лен, льняная нить.



Рис. 45

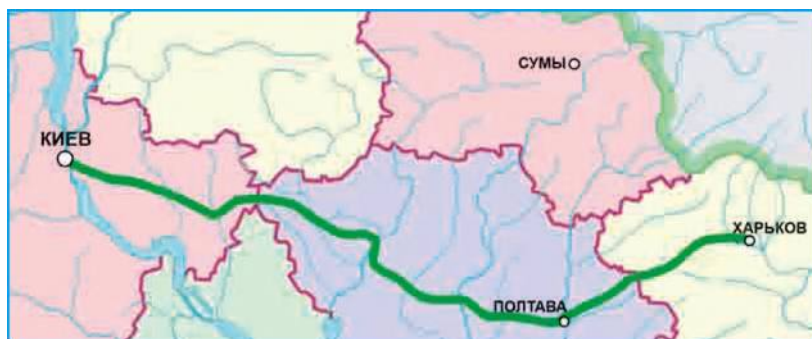


Рис. 46

С помощью остро заточенного карандаша вы можете нарисовать очень замысловатую линию, например личную подпись. Так, на рисунке 47 приведено изображение (факсимиле) подписи великого украинского поэта Т. Г. Шевченко.

Многие линии, которые изучает математика, обладают рядом интересных свойств; некоторым из них присвоены собственные имена.

Рис. 47

Примеры таких линий приведены на рисунке 48.

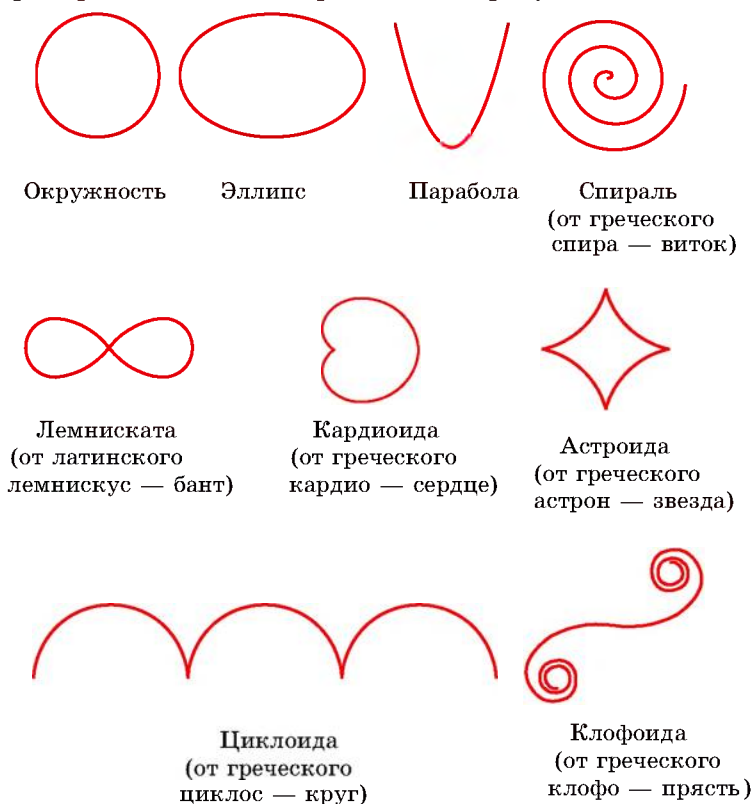


Рис. 48

Семейство линий очень многообразно. Со свойствами некоторых из них вы ознакомитесь в старших классах.

5. Шкала. Координатный луч

С помощью ровной деревянной рейки две точки A и B можно соединить отрезком (рис. 49). Однако этим примитивным инструментом измерить длину отрезка AB не удастся. Усовершенствуем этот инструмент.

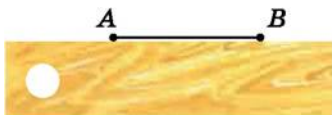


Рис. 49

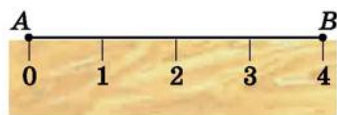


Рис. 50

На рейке через каждый сантиметр нанесем штрихи. Под первым штрихом напомним число 0, под вторым — 1, под третьим — 2 и т. д. (рис. 50). В таких случаях говорят, что на рейку нанесена **шкала с ценой деления 1 см**. Эта рейка со шкалой похожа на линейку. Но чаще всего на линейку наносят шкалу с ценой деления 1 мм (рис. 51).



Рис. 51

Из повседневной жизни вам хорошо известны и другие измерительные приборы, имеющие шкалы различной формы. Циферблат часов — это шкала с ценой деления 1 мин (рис. 52); спидометр автомобиля (рис. 53) — шкала с ценой деления 10 км/ч; комнатный термометр (рис. 54) — шкала с ценой деления 1 °C.



Рис. 52

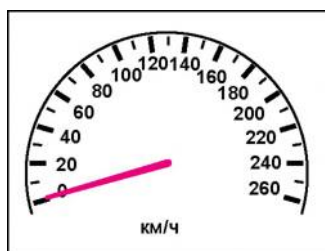


Рис. 53

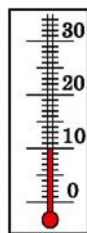


Рис. 54

Весы (рис. 55) делают с разными ценами деления в зависимости от того, что на них взвешивают.



Рис. 55

Конструктор создает измерительные приборы, шкалы которых конечны, то есть среди отмеченных на шкале чисел всегда есть наибольшее. А вот математик с помощью воображения может построить и бесконечную шкалу.

Начертим луч OX . Отметим на этом луче какую-нибудь точку E . Напишем под точкой O число 0, а под точкой E — число 1 (рис. 56).

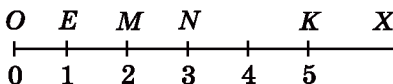


Рис. 56

Будем говорить, что точка O изображает число 0, а точка E — число 1. Также принято говорить, что точке O соответствует число 0, а точке E — число 1.

Отложим вправо от точки E отрезок, равный отрезку OE . Получим точку M , которая изображает число 2 (рис. 56). Таким же образом отметим точку N , изображающую число 3. Так, шаг за шагом, получаем точки, которым соответствуют числа 4, 5, 6, Мысленно этот процесс можно продолжить как угодно долго.

Полученную бесконечную шкалу называют **координатным лучом**, точку O — **началом отсчета**, а отрезок OE — **единичным отрезком** координатного луча.

На рисунке 56 точка K изображает число 5. Говорят, что число 5 является **координатой** точки K , и записывают: $K(5)$. Аналогично можно записать: $O(0)$, $E(1)$, $M(2)$, $N(3)$.

Часто вместо слов «отметим точку с координатой, равной ...» говорят «отметим число ...».



1. Приведите примеры приборов, имеющих шкалы.
2. Объясните, что называют координатным лучом.
3. В каком случае говорят, что число 7 является координатой точки A ?
4. Как записывают, что число 7 является координатой точки A ?

Решаем устно

1. Выполните сложение:
 1) $18 + 14$; 2) $180 + 140$; 3) $180 + 14$; 4) $18 + 140$.
2. Чему равна сумма наибольшего трехзначного и наименьшего четырехзначного чисел?
3. В пять одинаковых пакетов разложили поровну 10 кг конфет. Сколько потребуется таких пакетов, чтобы разложить 30 кг конфет?

4. Чему равна длина ломаной, которая состоит из шести равных звеньев длиной 7 см каждое?
5. Какие три цифры надо зачеркнуть в числе 8 724 516, чтобы число, записанное оставшимися цифрами, было:
- 1) наибольшим из возможных;
 - 2) наименьшим из возможных?

Упражнения

114.° Запишите показания термометров, изображенных на рисунке 57.

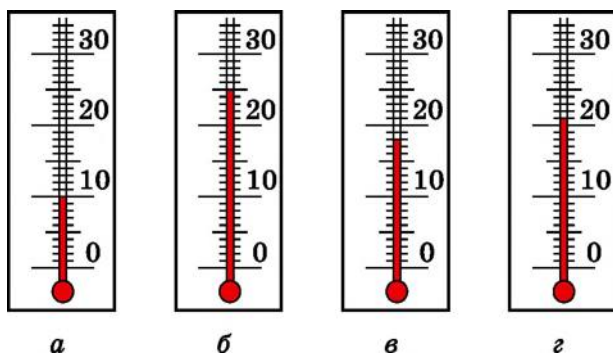


Рис. 57

- 115.° Какую температуру будет показывать термометр, изображенный на рисунке 57, в, если его столбик: 1) опустится на 6 делений; 2) поднимется на 4 деления?
- 116.° Какую температуру будет показывать термометр, изображенный на рисунке 57, г, если его столбик: 1) поднимется на 3 деления; 2) опустится на 5 делений?
- 117.° Найдите координаты точек A, B, C, D, E на рисунке 58.

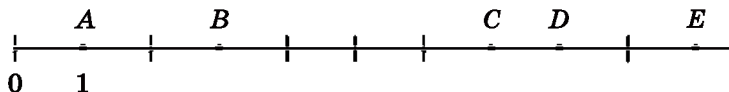


Рис. 58

118.° Найдите координаты точек P, K, S, T, F на рисунке 59.

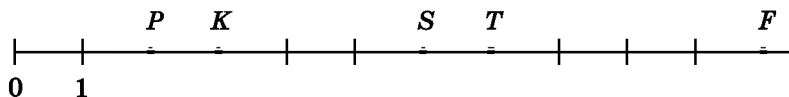


Рис. 59

130.* Найдите координаты точек M , N , P , T , K , S на рисунке 61.

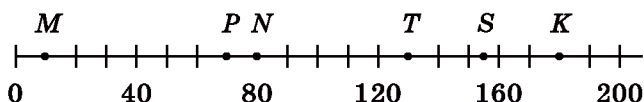


Рис. 61

131.* Перенесите в тетрадь рисунок 62. Отметьте на координатном луче точки B (12), C (2), D (8).

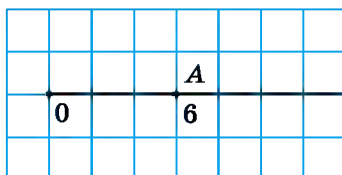


Рис. 62

132.* Перенесите в тетрадь рисунок 63. Отметьте на координатном луче точки E (27), F (6), K (15), P (21).

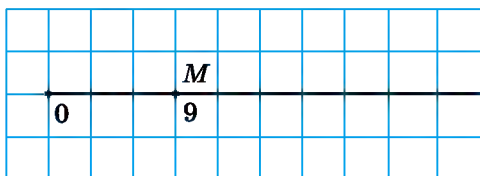


Рис. 63

133.* Начертите координатный луч и отметьте на нем точку, удаленную от точки B (5) на:

- 1) шесть единичных отрезков; 3) пять единичных отрезков.
- 2) три единичных отрезка;

134.* Начертите координатный луч и отметьте на нем точку, удаленную от точки A (7) на:

- 1) десять единичных отрезков; 2) четыре единичных отрезка.

135.* Какое число должно быть записано на координатном луче в той точке, куда указывает стрелка (рис. 64)?

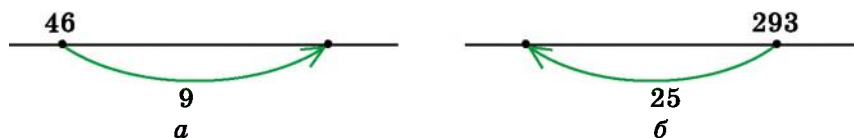


Рис. 64

- 136.* Какое число должно быть записано на координатном луче в той точке, где начинается стрелка (рис. 65)?

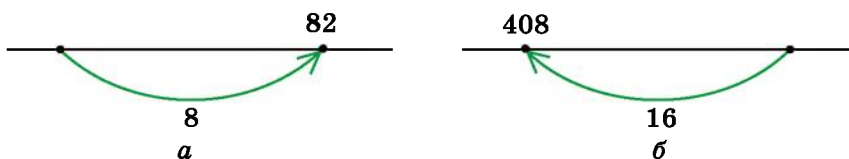


Рис. 65

- 137.** Кузнечик за один прыжок перемещается вдоль координатного луча вправо на 5 единичных отрезков или влево на 3 единичных отрезка. Первый прыжок он совершает вправо на 5 единичных отрезков. Сможет ли он за несколько прыжков из точки O (0) попасть: 1) в точку A (7); 2) в точку B (8)?

Упражнения для повторения

138. Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} 1) 265 + 35 \cdot 16; & 3) 336 - 192 : 12; \\ 2) (265 + 35) \cdot 16; & 4) (336 - 192) : 12. \end{array}$$

139. Известно, что 7 кг яблок стоят столько же, сколько 4 кг груш. Сколько килограммов груш можно купить на такую же сумму денег, что и 42 кг яблок?

140. Высота Большой колокольни Киево-Печерской лавры составляет почти 97 м, что на 12 м больше высоты колокольни Михайловского Златоверхого собора (г. Киев). Высота колокольни Троицкого собора (г. Чернигов) равна 58 м, что на 18 м меньше высоты колокольни Софийского собора (г. Киев). Колокольня какого из соборов, Михайловского или Софийского, выше и на сколько?



Большая колокольня
Киево-Печерской лавры



Михайловский Златоверхий
собор (г. Киев)



Троицкий собор
(г. Чернигов)



Софийский собор
(г. Киев)



Задача от Мудрой Совы

141. Вдоль забора растут 8 яблонь. Количество яблок на соседних деревьях отличается на единицу. Может ли на всех деревьях вместе расти 225 яблок?

6. Сравнение натуральных чисел

Сравнить два различных числа — это значит определить, какое из них больше, а какое — меньше.

Из двух натуральных чисел меньшим является то, которое в натуральном ряду стоит раньше, а большим — то, которое в натуральном ряду стоит позже. Поэтому, например, число 5 меньше числа 7, а число 171 больше числа 19. Результаты сравнения записывают с помощью знаков $<$ (меньше) и $>$ (больше): $5 < 7$ и $171 > 19$. Такие записи называют **неравенствами**.

Число 0 меньше любого натурального числа. Например, $0 < 12$.

Сравнить можно одновременно и три числа. Например, число 17 больше 15, но меньше 20. Это записывают так: $15 < 17 < 20$. Такую запись называют **двойным неравенством**. Часто слово «двойное» опускают и двойное неравенство называют неравенством.

Натуральные числа можно сравнивать, не обращаясь к натуральному ряду.

Сравнивать многозначные числа, имеющие разное количество цифр, легко.

Из двух натуральных чисел, имеющих разное количество цифр, большим является то, у которого количество цифр больше.

Например, число 597 013 617 — девятизначное, а число 99 982 475 — восьмизначное, поэтому первое число больше второго.

Если два многозначных числа имеют одинаковое количество цифр, то следует руководствоваться следующим правилом: *из двух натуральных чисел с одинаковым количеством цифр большим является то, у которого больше первая (при чтении слева направо) из неодинаковых цифр.*

Например, $72\textcolor{red}{5}6 > 7249$, а $582\textcolor{blue}{6}47 < 582\textcolor{blue}{8}79$.

Отметим, что на координатном луче точка с меньшей координатой расположена левее точки с большей координатой. Например, точка $A(7)$ лежит левее точки $B(9)$, поскольку $7 < 9$ (рис. 66).

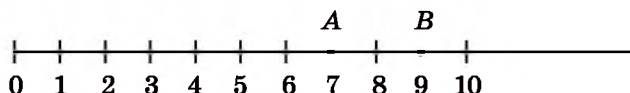


Рис. 66

На координатном луче из двух натуральных чисел меньшее число расположено левее большего.

ПРИМЕР 1 В записи чисел вместо нескольких цифр поставили звездочки. Сравните эти числа:

1) $69*$ и $**43$; 2) $72***$ и $70***$.

Решение. 1) Поскольку первое число трехзначное, а второе — четырехзначное, то $69* < **43$.

2) Цифр в этих числах поровну. Первая цифра каждого из них равна 7. Вторые цифры этих чисел равны соответственно 2 и 0. Поскольку $2 > 0$, то $72*** > 70***$. ◀

ПРИМЕР 2 Сравните 8 км 24 м и 8146 м.

Решение

Поскольку $8\text{ км } 24\text{ м} = 8024\text{ м}$, то $8\text{ км } 24\text{ м} < 8146\text{ м}$. ◀



1. Что значит сравнить два различных натуральных числа?
2. Как, используя натуральный ряд, можно определить, какое из натуральных чисел меньше? больше?
3. Какое число меньше любого натурального числа?
4. Как сравнивать натуральные числа, имеющие разное количество цифр?
5. Какое из натуральных чисел с одинаковым количеством цифр больше?
6. Как на координатном луче расположена точка с меньшей координатой относительно точки с большей координатой?

Решаем устно

1. Какое из чисел 516 и 615 расположено на координатном луче левее?
2. Какое из чисел 405 и 504 расположено на координатном луче правее?
3. В 8 ч термометр показывал температуру воздуха 4°C , а в 14 ч — 12°C . Чему равна цена деления этого термометра, если его столбик поднялся на четыре деления?
4. Зубную щетку нужно менять каждые 4 месяца. Сколько зубных щеток покупает за год семья Ивановых, которая состоит из 5 человек и придерживается этого правила гигиены?
5. Вычислите:
1) $(27 + 13) \cdot 8$; 4) $(128 - 53) : 3$;
2) $(56 - 26) \cdot 9$; 5) $63 : (25 - 16)$;
3) $(82 - 71) \cdot 6$; 6) $120 : (26 + 14)$.
6. В коробке лежат пять красных карандашей и три зеленых. Наугад из нее вынимают по одному карандашу. Какое наименьшее количество карандашей надо взять, чтобы среди них были хотя бы два красных и один зеленый?

**Упражнения**

142.° Прочитайте неравенство:

- | | | |
|----------------|------------------|---------------------|
| 1) $4 < 9$; | 3) $257 < 263$; | 5) $8 < 12 < 20$; |
| 2) $18 > 10$; | 4) $132 > 95$; | 6) $29 < 30 < 31$. |

143.° Запишите неравенство:

- | | |
|------------------|--------------------------------|
| 1) 7 меньше 12; | 4) 2516 меньше 3939; |
| 2) 16 больше 13; | 5) 5 больше 4, но меньше 6; |
| 3) 92 больше 43; | 6) 40 больше 30, но меньше 50. |

144.° Сравните числа:

- | | |
|---------------------|--------------------------------------|
| 1) 326 и 362; | 6) 72 168 и 72 170; |
| 2) 483 и 480; | 7) 5 716 007 и 5 715 465; |
| 3) 1999 и 2002; | 8) 3 654 987 и 3 654 991; |
| 4) 6235 и 6196; | 9) 4 398 657 436 и 4 398 659 322; |
| 5) 21 396 и 21 298; | 10) 16 000 023 009 и 16 000 032 000. |

145.° Сравните числа:

- | | |
|-----------------|-----------------------------------|
| 1) 642 и 624; | 5) 1 400 140 и 1 401 400; |
| 2) 786 и 779; | 6) 224 978 и 224 988; |
| 3) 4897 и 5010; | 7) 6 130 852 и 6 130 941; |
| 4) 4455 и 5444; | 8) 5 287 746 525 и 5 287 736 638. |

146.° Расположите в порядке возрастания числа: 894, 479, 846, 591, 701.

147.° Расположите в порядке убывания числа: 639, 724, 731, 658, 693.

148.° Назовите все натуральные числа, которые:

- 1) больше 678, но меньше 684;
- 2) больше 935, но меньше 940;
- 3) больше 2 934 450, но меньше 2 934 454;
- 4) больше 12 706, но меньше 12 708;
- 5) больше 24 315, но меньше 24 316.

149.° Запишите все натуральные числа, которые:

- 1) больше 549, но меньше 556;
- 2) больше 1 823 236, но меньше 1 823 240;
- 3) больше 47 246, но меньше 47 248.

150.° Отметьте на координатном луче все натуральные числа, которые: 1) меньше 12; 2) больше 4, но меньше 10.

151.* Запишите цифру, которую можно поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство (рассмотрите все возможные случаи):

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $526* < 5261$; | 3) $7286 < 72*8$; |
| 2) $4345 > 43*8$; | 4) $2*09 > 2710$. |

152.* Запишите цифру, которую можно поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство (рассмотрите все возможные случаи):

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $321* > 3217$; | 2) $93*0 < 9332$. |
|--------------------|--------------------|

153.* Запишите какое-либо натуральное число, которое больше 473 и меньше 664, содержащее цифру 5 в разряде десятков. Сколько существует таких чисел?

154.* Запишите какое-либо натуральное число, которое больше 578 и меньше 638, содержащее цифру 6 в разряде сотен. Сколько существует таких чисел? Запишите наименьшее и наибольшее из этих чисел.

155.* Запишите какое-либо натуральное число, которое больше 2364 и меньше 2432, содержащее цифру 8 в разряде единиц. Сколько таких чисел можно записать? Запишите наименьшее и наибольшее из этих чисел.

156.* На координатном луче отметили числа 5, 12, a , b и c (рис. 67).

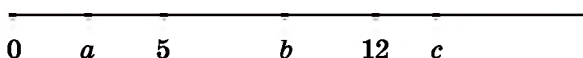


Рис. 67

Сравните:

- 1) a и 5; 2) 12 и b ; 3) a и 12; 4) c и a .

157.* Запишите в виде двойного неравенства утверждение:

- 1) число 7 больше 5, но меньше 10;
2) число 62 меньше 70, но больше 60;
3) число 54 меньше 94, но больше 44;
4) число 128 больше 127, но меньше 129.

158.* Между какими двумя ближайшими числами натурального ряда находится число:

- 1) 24; 3) 258; 5) 999 999;
2) 56; 4) 4325; 6) 1 300 000?

Ответ запишите в виде двойного неравенства.

159.** В записи чисел вместо нескольких цифр поставили звездочки.

Сравните эти числа:

- 1) 43 *** и 48 ***; 3) $9*4$ и $9**3$;
2) $38*$ и $1***$; 4) $6*9$ и $96*$.

160.** В записи чисел вместо нескольких цифр поставили звездочки.

Сравните эти числа:

- 1) $35* ***$ и $32* ***$; 2) $**68$ и $86*$.

161.** Сравните:

- 1) 2 км и 1968 м; 6) 6 ц 23 кг и 658 кг;
2) 4 дм и 4 м; 7) 4 т 275 кг и 42 ц 75 кг;
3) 3 км 94 м и 3126 м; 8) 5 т 7 ц 36 кг и 5 т 863 кг;
4) 712 кг и 8 ц; 9) 8 т и 81 ц;
5) 15 т и 35 ц; 10) 83 дм 7 см и 8 м 30 см.

162.** Сравните:

- 1) 6892 м и 7 км; 5) 9 ц и 892 кг;
2) 8 см и 8 дм; 6) 2 ц 86 кг и 264 кг;
3) 4 км 43 м и 4210 м; 7) 3 т 248 кг и 32 ц 84 кг;
4) 27 дм 3 см и 270 см; 8) 12 т 2 кг и 120 ц 2 кг.

Упражнения для повторения

163. Вычислите:

- 1) $936 : 24 - 2204 : 58$; 3) $3000 - (1085 - 833) : 42$;
2) $5481 : 27 + 23 \cdot 27$; 4) $(1248 + 652) \cdot (1423 - 1373)$.

164. Из 24 м ткани можно сшить семь одинаковых платьев. Сколько таких платьев можно сшить из 48 м этой ткани?
165. Знаменитый университет Сорбонна, находящийся в Париже (Франция), основан в 1215 г. Он на 6 лет младше Кембриджского университета (Великобритания), но на 417 лет старше Киево-Могилянской академии. Определите год основания: 1) Кембриджского университета; 2) Киево-Могилянской академии. Сколько лет исполняется в этом году Львовскому университету, старейшему в Украине, если Кембриджский университет был основан раньше на 452 года?



Киево-Могилянская академия



Львовский университет



Задача от Мудрой Совы

166. Семь гномов собрали вместе 28 грибов, причем все они собрали разное количество грибов и ни у кого не оказалось пустой корзинки. Сколько грибов собрал каждый гном?

ЗАДАНИЕ № 1 «ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ» В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Какое число в натуральном ряду предшествует числу 5100?

А) 5009 Б) 5939 В) 5099 Г) 5199
2. Сколько чисел стоит в натуральном ряду между числами 31 и 82?

А) 48 Б) 49 В) 50 Г) 51
3. Какая цифра записана в разряде десятков класса тысяч числа 243 786?

А) 2 Б) 4 В) 3 Г) 8
4. Как записывают цифрами число два миллиона двадцать тысяч двести?

А) 2 020 200 В) 2 002 200
Б) 2 200 200 Г) 2 200 020
5. Чему равна длина отрезка AD , изображенного на рисунке, если $AC = 18$ см, $BD = 20$ см, $BC = 6$ см?

А) 38 см В) 28 см
Б) 32 см Г) 26 см
6. Какая из отмеченных точек не принадлежит лучу BD , изображенному на рисунке?

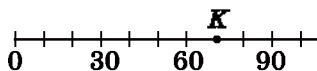
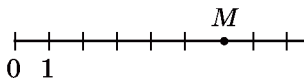
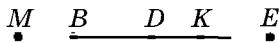
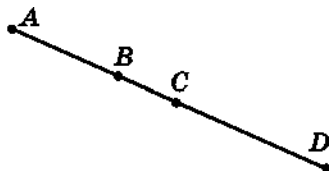
А) B В) M
Б) E Г) K
7. Чему равна координата точки M , изображенной на рисунке?

А) 5 В) 7
Б) 6 Г) 8
8. Чему равна координата точки K , изображенной на рисунке?

А) 70 В) 80
Б) 75 Г) 85
9. Какую из данных цифр можно поставить вместо звездочки в записи $1472 > 14*4$, чтобы получилось верное неравенство?

А) 8 Б) 7 В) 6 Г) 9
10. Сколько натуральных чисел расположено на координатном луче левее числа 15?

А) 13 Б) 14 В) 15 Г) бесконечно много



11. Дома на улице пронумерованы подряд числами от 1 до 25. Сколько раз цифра 2 встречается в нумерации?
А) 5 Б) 7 В) 8 Г) 9
12. Укажите верное неравенство:
А) $6 \text{ ц} < 598 \text{ кг}$ В) $2 \text{ км } 85 \text{ м} > 2122 \text{ м}$
Б) $7 \text{ ц } 32 \text{ кг} > 723 \text{ кг}$ Г) $1 \text{ км } 42 \text{ м} > 1200 \text{ м}$

ГЛАВНОЕ В ПАРАГРАФЕ 1

Натуральные числа

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 и т. д., используемые при счете предметов, называют натуральными.

Свойство длины отрезка

Если на отрезке AB отметить точку C , то длина отрезка AB равна сумме длин отрезков AC и CB .

Равные отрезки

Два отрезка называют равными, если они совмещаются при наложении.

Свойство прямой

Через две точки проходит только одна прямая.

Сравнение натуральных чисел

- Число 0 меньше любого натурального числа.
- Из двух натуральных чисел, имеющих разное количество цифр, большим является то, у которого количество цифр больше.
- Из двух натуральных чисел с одинаковым количеством цифр большим является то, у которого больше первая (при чтении слева направо) из неодинаковых цифр.

§ 2. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

7. Сложение натуральных чисел. Свойства сложения

Чтобы сложить числа 5 и 2, можно к числу 5 прибавить 1 и к полученному числу 6 еще раз прибавить 1. Имеем: $5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7$. Но так вы складывали числа, когда только учились считать. Сейчас вы, не задумываясь, по памяти пишете: $2 + 7 = 9$, $6 + 3 = 9$, $2 + 8 = 10$, $8 + 7 = 15$ и т. д., то есть знаете наизусть таблицу сложения однозначных чисел.

Почему так удобно складывать многозначные числа в столбик? Сложим, например, числа 3 853 164 и 2 700 503:

		3	8	5	3	1	6	4	
	+	2	7	0	0	5	0	3	
		6	5	5	3	6	6	7	

При таком *поразрядном* сложении приходится проводить вычисления только с однозначными числами, что не вызывает затруднений.

Напомним, что в равенстве $a + b = c$ числа a и b называют **слагаемыми**, число c и запись $a + b$ — **суммой**. Здесь буквами обозначены числа. Подробнее об использовании букв при записи выражений будет рассказано в п. 9.

Вам хорошо известно **переместительное свойство сложения**:
от перестановки слагаемых сумма не меняется.

В буквенном виде это свойство записывают так:

$$a + b = b + a$$

Как удобнее вычислить сумму $(64 + 23) + 77$?

Скорее всего, вы поступите так:

$$(64 + 23) + 77 = 64 + (23 + 77) = 64 + 100 = 164.$$

Здесь мы воспользовались **сочетательным свойством сложения**:
чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел.

В буквенном виде это свойство записывают так:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Из свойств сложения следует, что *при сложении нескольких чисел можно менять слагаемые местами и заключать их в скобки, тем самым определяя порядок вычислений.*

Например, верны равенства:

$$\begin{aligned} a + b + c &= c + b + a, \\ 2 + 3 + 7 + 8 &= (2 + 8) + (7 + 3). \end{aligned}$$

При сложении число 0 обладает особым свойством:

если одно из двух слагаемых равно нулю, то сумма равна другому слагаемому:

$$\begin{aligned} a + 0 &= a, \\ 0 + a &= a \end{aligned}$$

ПРИМЕР 1 Упростите выражение $136 + (a + 214)$.

Решение. Используя переместительное и сочетательное свойства сложения, получаем:

$$\begin{aligned} 136 + (a + 214) &= 136 + (214 + a) = \\ &= (136 + 214) + a = 350 + a. \end{aligned}$$

ПРИМЕР 2 Найдите сумму 7 мин 44 с + 5 мин 38 с.

Решение. Учитывая, что 1 мин = 60 с, имеем:

$$\begin{aligned} 7 \text{ мин } 44 \text{ с} + 5 \text{ мин } 38 \text{ с} &= 7 \text{ мин} + 44 \text{ с} + 5 \text{ мин} + 38 \text{ с} = \\ &= (7 \text{ мин} + 5 \text{ мин}) + (44 \text{ с} + 38 \text{ с}) = 12 \text{ мин} + 82 \text{ с} = \\ &= 12 \text{ мин} + 60 \text{ с} + 22 \text{ с} = 12 \text{ мин} + 1 \text{ мин} + 22 \text{ с} = 13 \text{ мин } 22 \text{ с}. \end{aligned}$$



1. Как в равенстве $a + b = c$ называют число a ? число b ? число c ? запись $a + b$?
2. Сформулируйте переместительное свойство сложения.
3. Как записывают в буквенном виде переместительное свойство сложения?
4. Сформулируйте сочетательное свойство сложения.
5. Как записывают в буквенном виде сочетательное свойство сложения?
6. Каким свойством обладает число 0 при сложении?

Решаем устно

1. Вычислите:

- | | | |
|-----------------|--------------------|---------------------|
| 1) $23 + 17$; | 5) $300 - 130$; | 9) $120 \cdot 40$; |
| 2) $230 + 17$; | 6) $300 - 13$; | 10) $72 : 8$; |
| 3) $23 + 170$; | 7) $12 \cdot 4$; | 11) $720 : 8$; |
| 4) $30 - 13$; | 8) $12 \cdot 40$; | 12) $720 : 80$. |

2. Назовите два последовательных натуральных числа, сумма которых равна 91.
3. Назовите двузначное число, сумма цифр которого равна наибольшему однозначному числу. Сколько существует таких чисел?

Упражнения

167.° Найдите сумму:

- | | |
|--------------------------|---|
| 1) $14\ 238 + 18\ 345$; | 5) $295\ 361 + 475\ 829$; |
| 2) $25\ 726 + 46\ 177$; | 6) $28\ 177\ 246 + 42\ 989\ 511$; |
| 3) $32\ 662 + 4879$; | 7) $2\ 713\ 486 + 733\ 982$; |
| 4) $7892 + 34\ 608$; | 8) $75\ 392\ 867\ 428 + 9\ 671\ 635\ 803$. |

168.° Выполните сложение:

- | | |
|----------------------------|---|
| 1) $47\ 586 + 4705$; | 4) $228\ 637 + 5\ 428\ 735$; |
| 2) $68\ 638 + 54\ 382$; | 5) $59\ 462\ 181\ 428 + 4\ 740\ 582\ 804$; |
| 3) $114\ 931 + 209\ 596$; | 6) $12\ 814 + 1\ 256\ 064 + 9787$. |

169.° Наташа и Коля решали задачи. Коля решил 26 задач, а Наташа — на 16 задач больше. Сколько всего задач решили Коля и Наташа вместе?

170.° Миша купил новую книгу за 74 грн, что на 24 грн меньше, чем заплатил Петя за свою новую книгу. Сколько гривен заплатили за книги Миша и Петя вместе?

171.° Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

- | | |
|--------------------------|--|
| 1) $(42 + 37) + 58$; | 5) $183 + 732 + 268 + 317$; |
| 2) $29 + (98 + 71)$; | 6) $339 + 584 + 416 + 661$; |
| 3) $(215 + 818) + 785$; | 7) $(15\ 083 + 1458) + (4917 + 6542)$; |
| 4) $634 + (458 + 166)$; | 8) $(1654 + 18\ 135) + (7346 + 11\ 865)$. |

172.° Используйте свойства сложения при вычислении:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1) $(146 + 322) + 178$; | 3) $625 + 481 + 75 + 219$; |
| 2) $784 + (179 + 116)$; | 4) $427 + 88 + 203 + 102$. |

173.° Три белочки — Рыженькая, Желтенькая и Серенькая собирали орехи. Рыженькая собрала 38 орехов, что на 16 меньше, чем Желтенькая, а Серенькая — на 23 ореха больше, чем Рыженькая. Сколько всего орехов они собрали?

174.° Площадь Киевской области равна $28\ 131\text{ км}^2$, что на 1701 км^2 меньше площади Житомирской области. Площадь Черниговской области на 2033 км^2 больше площади Житомирской области. Найдите общую площадь этих трех областей Украины.



175.* На первой полке было 17 книг, на второй — на 18 книг больше, чем на первой, а на третьей — на 6 книг больше, чем на первой и второй вместе. Сколько всего книг было на трех полках?

176.* Отправившись в велосипедный поход, группа туристов за первый день проехала 42 км, что на 12 км меньше, чем за второй, а за третий — на 4 км больше, чем за первый и второй вместе. Сколько километров проехали туристы за три дня?

177.* Упростите выражение:

- | | |
|------------------------|--|
| 1) $(74 + x) + 38$; | 5) $(b + 457) + (143 + 872)$; |
| 2) $238 + (a + 416)$; | 6) $(2235 + c) + (4671 + 1765)$; |
| 3) $y + 324 + 546$; | 7) $(1696 + 3593) + (p + 1304)$; |
| 4) $2753 + m + 4199$; | 8) $(5432 + 8951) + (4568 + a + 1049)$. |

178.* Упростите выражение:

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1) $(56 + a) + 14$; | 3) $805 + x + 195$; |
| 2) $342 + (b + 58)$; | 4) $m + 4563 + 1837$. |

179.* Дядя Федор выехал из города в Простоквашино в 15 ч 40 мин и потратил на дорогу 3 ч 50 мин. В котором часу дядя Федор приехал в Простоквашино?

180.* Поезд отправляется от станции А в 9 ч 57 мин и едет 2 ч 36 мин до станции В. В котором часу поезд прибывает на станцию В?

181.* Как изменится сумма, если:

- 1) одно из слагаемых увеличить на 12;
- 2) одно из слагаемых увеличить на 23, а второе — на 17;
- 3) одно из слагаемых уменьшить на 34;
- 4) одно из слагаемых уменьшить на 16, а второе — на 9;
- 5) одно из слагаемых увеличить на 28, а второе уменьшить на 15?

182.* Одно из слагаемых увеличили на 3. На сколько надо увеличить второе слагаемое, чтобы сумма увеличилась на 14?

183.* Одно из слагаемых увеличили на 8. Как надо изменить второе слагаемое, чтобы сумма:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) увеличилась на 3; | 2) уменьшилась на 5? |
|----------------------|----------------------|

184.* Найдите сумму:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) 76 м 39 см + 41 м 58 см; | 5) 12 ч 24 мин + 9 ч 18 мин; |
| 2) 4 км 238 м + 3 км 474 м; | 6) 35 мин 17 с + 16 мин 35 с; |
| 3) 64 м 86 см + 27 м 45 см; | 7) 18 ч 42 мин + 14 ч 29 мин; |
| 4) 16 км 527 м + 37 км 783 м; | 8) 53 мин 32 с + 44 мин 56 с. |

185.* Найдите сумму:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1) 4 дм 6 см + 5 дм 8 см; | 4) 2 т 4 ц 56 кг + 9 т 6 ц 48 кг; |
| 2) 8 м 5 см + 6 м 96 см; | 5) 3 ч 48 мин + 2 ч 26 мин; |
| 3) 12 км 29 м + 24 км 92 м; | 6) 25 мин 17 с + 7 мин 54 с. |

186.** Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы сложение было выполнено правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 17*6 \\ + 4*5* \\ \hline *082 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 253* \\ + *79*8 \\ \hline 4**97 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 8*56 \\ + *36*7 \\ + 219* \\ \hline 6*093 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad +** \\ +** \\ \hline 197 \end{array}$$

187.** Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы сложение было выполнено правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad +*62* \\ + 84*7 \\ \hline *2*62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad + 294* \\ + *76*1 \\ \hline 6**24 \end{array}$$

188.** Не выполняя вычислений, расположите данные суммы в порядке возрастания:

$782 + 659;$

$782 + 943;$

$288 + 659;$

$943 + 1105;$

$129 + 288;$

$1105 + 2563.$

189.** Найдите сумму наиболее удобным способом:

$1) 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10;$

$2) 1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100.$

190.* 1) На сколько сумма $1 + 3 + 5 + \dots + 99$ меньше, чем сумма $2 + 4 + 6 + \dots + 100$?

2) Какая из сумм $1 + 3 + 5 + \dots + 2001$ и $2 + 4 + 6 + \dots + 2000$ больше и на сколько?

191.* В записи 4 4 4 4 4 4 4 поставьте между некоторыми цифрами знак «+» так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 500.

192.* Замените звездочки такими цифрами, чтобы сумма любых трех соседних чисел была равна 20:

$7, *, *, *, *, *, *, *, 9.$

193.* Петя разрезал проволоку на кусочки и составил фигуру, изображенную на рисунке 68. Смог ли бы Петя разрезать эту же проволоку на кусочки, из которых мог бы составить фигуру, изображенную на рисунке 69?

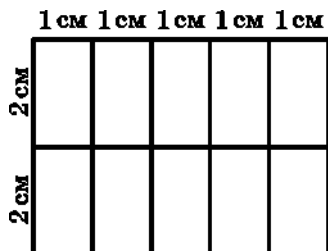


Рис. 68

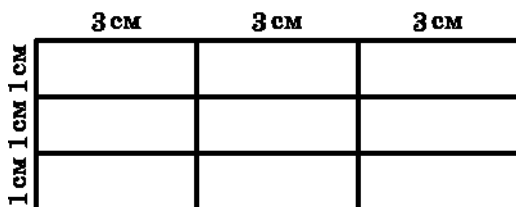


Рис. 69

Упражнения для повторения

194. Отметьте на координатном луче натуральные числа, которые больше 6, но меньше 12.
195. Запишите все шестизначные числа, которые больше 999 888 и оканчиваются цифрой 5.
196. Велосипедист проехал 36 км за 4 ч. На обратном пути он увеличил скорость на 3 км/ч. Сколько времени он потратил на обратный путь?
197. Вася старше своей сестры Лены на 5 лет. На сколько лет он будет старше нее через 7 лет?



Задача от Мудрой Совы

198. Можно ли таблицу, содержащую 5 строк и 6 столбцов, заполнить такими натуральными числами, чтобы сумма чисел в каждой строке была равна 30, а сумма чисел в каждом столбце — 20?

8. Вычитание натуральных чисел

Действие вычитания определяют, используя действие сложения. Например, вычесть из числа 17 число 5 — это значит найти такое число, которое в сумме с числом 5 дает число 17. Поскольку $5 + 12 = 17$, то $17 - 5 = 12$.

Вообще, равенство $a - b = c$ верно, если верно равенство $b + c = a$.

Рассмотрим еще несколько примеров:

$$173 - 89 = 84, \text{ так как } 89 + 84 = 173;$$

$$2368 - 572 = 1796, \text{ так как } 572 + 1796 = 2368.$$

Напомним, что в равенстве $a - b = c$ число a называют **уменьшаемым**, число b — **вычитаемым**, число c и запись $a - b$ — **разностью**.

Разность $a - b$ показывает, на сколько число a больше числа b или на сколько число b меньше числа a .

При вычитании число 0 обладает особым свойством. Если вычитаемое равно нулю, то разность равна уменьшаемому:

$$a - 0 = a$$

Справедливо и такое свойство. Если уменьшаемое и вычитаемое равны, то разность равна нулю:

$$a - a = 0$$

Эти равенства легко проверить с помощью сложения. Убедитесь в этом самостоятельно.

ПРИМЕР 1 Длина реки Днепр (в пределах Украины) составляет 981 км. Длина реки Южный Буг на 175 км меньше нее и на 89 км больше длины реки Псёл. Найдите длины рек Южный Буг и Псёл.

Решение. 1) $981 - 175 = 806$ (км) — длина реки Южный Буг.

2) $806 - 89 = 717$ (км) — длина реки Псёл.

Ответ: 806 км, 717 км. 

ПРИМЕР 2 Вычислите: $428 - (128 + 126)$.

Решение. Имеем: $428 - (128 + 126) = 428 - 254 = 174$. 

Вычислить можно было иначе, воспользовавшись **правилом вычитания суммы из числа**:

чтобы из числа вычесть сумму двух слагаемых, можно из этого числа вычесть одно из слагаемых и потом из результата вычесть другое слагаемое.

Имеем: $428 - (128 + 126) = (428 - 128) - 126 = 300 - 126 = 174$.

ПРИМЕР 3 Вычислите: $(619 + 282) - 319$.

Решение. Имеем: $(619 + 282) - 319 = 901 - 319 = 582$. 

Вычислить можно было другим способом, воспользовавшись **правилом вычитания числа из суммы**:

чтобы из суммы двух слагаемых вычесть число, можно вычесть это число из одного из слагаемых (если это слагаемое больше или равно вычитаемому) и потом к результату прибавить другое слагаемое.

Имеем: $(619 + 282) - 319 = (619 - 319) + 282 = 300 + 282 = 582$.

Заметим, что, например, к выражению $(17 + 19) - 25$ приведенное правило применить нельзя, поскольку в сумме $17 + 19$ каждое из слагаемых меньше, чем 25.

ПРИМЕР 4 Найдите разность 9 ч 8 мин – 2 ч 26 мин.

Решение. Имеем: 9 ч 8 мин – 2 ч 26 мин =

= 8 ч 68 мин – 2 ч 26 мин = 6 ч 42 мин. 

При вычислениях были использованы правила вычитания суммы из числа и вычитания числа из суммы.

Имеем: 8 ч 68 мин – 2 ч 26 мин =

= 8 ч 68 мин – (2 ч + 26 мин) =

= (8 ч 68 мин – 2 ч) – 26 мин =

= ((8 ч + 68 мин) – 2 ч) – 26 мин =

= ((8 ч – 2 ч) + 68 мин) – 26 мин =

= (6 ч + 68 мин) – 26 мин =

= 6 ч + (68 мин – 26 мин) = 6 ч + 42 мин =

= 6 ч 42 мин.



1. Что означает вычесть из числа a число b ?
2. Как в равенстве $a - b = c$ называют число a ? число b ? число c ? запись $a - b$?
3. Что показывает разность $a - b$?
4. Чему равна разность двух чисел, если вычитаемое равно нулю?
5. Чему равна разность двух равных чисел?
6. Как из числа можно вычесть сумму двух слагаемых?
7. Как из суммы двух слагаемых можно вычесть число?

Решаем устно

1. Увеличьте сумму чисел 24 и 18 на 36.
2. Удвойте сумму чисел 418 и 232.
3. Найдите треть от суммы чисел 103 и 47.
4. Из автобуса на остановке вышло 15 пассажиров. Девять из них пошли на пешеходный переход, а остальные начали переходить дорогу, обходя автобус спереди. Сколько человек поступили неправильно?
5. В коробке лежат синие и зеленые карандаши. Зеленых карандашей 19, что на 17 меньше, чем синих. Сколько всего карандашей лежит в коробке?
6. Есть два ведра емкостью 9 л и 4 л. Как, пользуясь ими, можно налить в кадку 6 л воды?

Упражнения

199.° Найдите разность:

- | | |
|-----------------------|---------------------------------|
| 1) 27 146 – 24 317; | 4) 46 000 185 – 8 123 456; |
| 2) 56 789 – 9876; | 5) 72 430 034 – 23 082 408; |
| 3) 524 278 – 344 929; | 6) 1 000 000 000 – 637 891 452. |

200.° Найдите разность:

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| 1) 35 476 – 24 839; | 4) 372 894 – 216 156; |
| 2) 46 002 – 28 396; | 5) 38 020 301 – 18 479 563; |
| 3) 60 015 – 7428; | 6) 537 866 285 – 496 707 539. |

201.° На сколько:

- 1) число 4328 меньше числа 21 514;
- 2) число 258 143 больше числа 164 275?

202.° На сколько:

- 1) число 34 725 больше числа 28 816;
- 2) число 16 546 меньше числа 56 289?

203.° В таблице приведены максимальные расстояния от Солнца до некоторых планет Солнечной системы:

Меркурий	57 910 000 км	Юпитер	816 355 600 км
Венера	108 210 000 км	Сатурн	1 506 750 000 км
Земля	149 600 000 км	Уран	3 007 665 000 км

Прочитайте приведенные данные. Найдите, на сколько:

- 1) Земля находится ближе к Солнцу, чем Сатурн;
- 2) Уран расположен дальше от Солнца, чем Меркурий.

204.° В таблице приведены размеры штрафов, установленных в Тридцатом царстве за превышение допустимой скорости движения.

Превышение скорости, км/ч	10–20	21–30	31–40	Больше 40
Размер штрафа, грн	400	600	800	2000

Какой штраф должен уплатить водитель автомобиля, если он ехал:

- 1) со скоростью 74 км/ч на участке дороги с максимально допустимой скоростью 60 км/ч;
- 2) со скоростью 128 км/ч на участке дороги с максимально допустимой скоростью 80 км/ч?



205.° Длина сухопутной границы Украины равна 5624 км, а длина морской береговой линии (без залива Сиваш) на 2931 км меньше. Чему равна общая длина сухопутной границы и береговой линии Украины?

206.° Увлечшись грибной охотой, пес Шарик в первый день собрал 73 гриба, что на 16 грибов больше, чем во второй день. Сколько всего грибов собрал Шарик за два дня?

207.° В августе корова Звездочка дала 278 л молока, а в сентябре — на 26 л меньше. Сколько литров молока дала Звездочка за эти два месяца?

208.° Площадь Франции равна 544 000 км², что на 94 000 км² больше площади Швеции, которая на 154 000 км² меньше площади Украины. Сколько квадратных километров составляет площадь Украины?

209.° Вычислите:

- 1) $25\,375 + 16\,686 - 21\,239$;
- 2) $(7829 - 5878) - (20\,000 - 18\,453)$;
- 3) $(5689 - 3458 + 1723) - (25\,002 - 24\,848) + 2967$.

210.* Вычислите:

- 1) $84\,218 - 57\,134 + 34\,615$;
- 2) $(44\,516 - 17\,398) - (14\,259 + 12\,262)$;
- 3) $(6754 + 2853 - 1508) - (29\,006 - 27\,999) + 5818$.

211.* Дорогу из Ореховки в Дубки построили за три месяца. За первый месяц построили часть дороги длиной 21 км, за второй — на 8 км меньше, чем за первый. Всего за эти два месяца было построено на 13 км больше, чем за третий. Какое расстояние между Ореховкой и Дубками?

212.* Петр, Василий и Николай сдали на завод сахарную свёклу. Петр сдал 56 ц свёклы, что на 18 ц больше, чем Василий. Вместе они сдали на 28 ц свёклы больше, чем Николай. Сколько всего центнеров сахарной свёклы они сдали?

213.* За три дня Рокфор съел 230 головок сыра. За первый день он съел 74 головки, что на 16 головок больше, чем за второй. Сколько головок сыра съел Рокфор за третий день?

214.* Щукин, Карпов и Сомов отправились на рыбалку. Вместе они поймали 192 рыбы, причем Щукин поймал 53 рыбы, что на 15 больше, чем поймал Карпов. Сколько рыб поймал Сомов?

215.* Аладдин, Жасмин и джинн собирали в саду султана персики. Аладдин и Жасмин собрали вместе 112 кг персиков, а Жасмин и джинн — 193 кг персиков. Сколько килограммов персиков собрал каждый из них, если всего было собрано 240 кг?

216.* В саду Маша выращивает цветы. Георгинов и роз у нее 78, а остальные цветы — гладиолусы, причем гладиолусов на 9 меньше, чем роз. Сколько цветов каждого вида растет в саду, если всего их 124?

217.* В Тернопольской области много пещер. Длина ходов одной из них, пещеры Оптимистическая, — наибольшая в мире. Длина ходов пещеры Озёрная (или пещеры Голубые Озёра) равна 128 км, что на 105 км больше длины ходов пещеры Хрустальная. Длина ходов пещеры Вертеба на 14 км меньше длины ходов пещеры Хрустальная. Длина ходов пещеры Оптимистическая на 222 км больше длины ходов пещеры Вертеба. Найдите длину ходов пещеры Оптимистическая.



Пещера Вертеба

218.* Проверьте, верно ли неравенство:

- 1) $24\ 017 - 15\ 035 < 12\ 386 - 2987$;
- 2) $1674 - (673 + 437) > 1885 - (648 + 664)$.

219.* Проверьте, верно ли неравенство:

$$6011 - (1539 - 438) < 5791 - (2418 - 1336).$$

220.* Поезд отправляется от станции *A* в 7 ч 37 мин и в тот же день прибывает на станцию *B* в 9 ч 12 мин. Сколько времени поезд идет от станции *A* до станции *B*?

221.* Поезд отправляется от станции *A* и в тот же день прибывает на станцию *B* в 15 ч 20 мин. В котором часу поезд отправляется от станции *A*, если путь от *A* до *B* занимает 6 ч 48 мин?

222.* Найдите разность:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) 76 м 39 см – 41 м 24 см; | 5) 12 ч 24 мин – 9 ч 18 мин; |
| 2) 64 м 45 см – 27 м 86 см; | 6) 18 мин 42 с – 14 мин 29 с; |
| 3) 22 км 527 м – 17 км 783 м; | 7) 35 мин 17 с – 15 мин 35 с; |
| 4) 4 км 238 м – 3 км 474 м; | 8) 53 ч 32 мин – 44 ч 56 мин. |

223.* Найдите разность:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1) 3 дм 2 см – 2 дм 6 см; | 4) 8 т 6 ц 25 кг – 4 т 8 ц 74 кг; |
| 2) 54 м 18 см – 27 м 35 см; | 5) 16 ч 26 мин – 9 ч 52 мин; |
| 3) 4 км 8 м – 1 км 19 м; | 6) 10 мин 4 с – 5 мин 40 с. |

224.* Как изменится разность, если:

- 1) уменьшаемое увеличить на 8;
- 2) уменьшаемое уменьшить на 4;
- 3) вычитаемое увеличить на 7;
- 4) вычитаемое уменьшить на 5;
- 5) уменьшаемое увеличить на 10, а вычитаемое — на 6;
- 6) уменьшаемое увеличить на 9, а вычитаемое — на 12;
- 7) уменьшаемое уменьшить на 14, а вычитаемое — на 9;
- 8) уменьшаемое увеличить на 3, а вычитаемое уменьшить на 6;
- 9) уменьшаемое уменьшить на 20, а вычитаемое увеличить на 15?

225.* Уменьшаемое увеличили на 2. Как надо изменить вычитаемое, чтобы разность:

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 1) уменьшилась на 12; | 3) увеличилась на 2; |
| 2) увеличилась на 6; | 4) не изменилась? |

226.* Вычитаемое уменьшили на 8. Как надо изменить уменьшаемое, чтобы разность:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) увеличилась на 3; | 3) уменьшилась на 10; |
| 2) уменьшилась на 5; | 4) увеличилась на 8? |

227.** Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы вычитание было выполнено правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad * * * * \\ \quad * * * \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad * 6 5 * * \\ \quad * 1 7 2 \\ \hline 7 7 * 6 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 7 2 * * \\ \quad * 3 5 9 \\ \hline 2 * 1 9 \end{array}$$

228.** Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы вычитание было выполнено правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad * 5 6 7 * \\ \quad * 9 * 7 \\ \hline 8 6 * 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad * * 5 * 2 \\ \quad 7 * 1 * \\ \hline 7 6 7 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad * 9 4 * 7 6 \\ \quad 1 * 7 8 * 9 \\ \hline 1 3 * 8 0 * \end{array}$$

229.** На остановке из троллейбуса вышло 15 пассажиров, а вошло 8. На следующей остановке вышло 6 пассажиров и вошло 12. Сколько пассажиров было в троллейбусе до первой остановки, если после второй остановки их стало 31?

230.** Между завтраком и обедом Женя съел 7 слив из тех, которые лежали в тарелке. После обеда мама положила туда еще 14 слив. Между обедом и ужином Женя съел 9 слив. После ужина мама положила в тарелку еще 5 слив, и в ней стало 20 слив. Сколько слив было в тарелке сначала?



231.** В первый день фермер собрал в своем саду 26 ящиков яблок, а во второй — 14 таких же ящиков яблок. Сколько килограммов яблок собрал фермер в первый день и сколько — во второй, если во второй день он собрал на 192 кг меньше, чем в первый?

232.** Один поезд находился в пути 7 ч, а второй — 13 ч. Второй поезд прошел на 360 км больше, чем первый. Сколько километров прошел каждый поезд, если они двигались с одинаковой скоростью?

233.** Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $(412 + 116) - 112$;

3) $844 - (244 + 318)$;

2) $(593 + 675) - 275$;

4) $729 - (396 + 229)$.

234.** Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

- 1) $(176 + 343) - 243$; 3) $1287 - (487 + 164)$;
 2) $(684 + 915) - 484$; 4) $971 - (235 + 371)$.

235.** Упростите выражение:

- 1) $(35 + x) - 15$; 3) $96 - (m + 48)$;
 2) $(432 + b) - 265$; 4) $516 - (216 + x)$.

236.** Упростите выражение:

- 1) $(a + 546) - 328$; 3) $272 - (125 + y)$;
 2) $(c + 961) - 592$; 4) $925 - (p + 735)$.

237.** Заполните имеющиеся пропуски в таблице, в которой приведены данные о выступлениях украинских школьников на Международных математических олимпиадах в 2008–2017 годах.



Место проведения	Год	Количество медалей			
		Золотые	Серебряные	Бронзовые	Итого медалей
Испания	2008	2	2	2	
Германия	2009	3	1		6
Казахстан	2010	1	2		6
Нидерланды	2011	1		3	6
Аргентина	2012		3		5
Колумбия	2013	1	3	1	
ЮАР	2014	2		1	6
Таиланд	2015	2	3		6
Гонконг	2016			4	6
Бразилия	2017	1		2	5
Всего медалей		13	23		

238.** В двузначном числе 6 десятков. Между цифрами этого числа вписали цифру 0. На сколько полученное трехзначное число больше данного двузначного?

239.* В записи 1 2 3 4 5 6 7 8 9 поставьте между некоторыми цифрами знак «+» или знак «-» так, чтобы значение полученного выражения было равно 100.

Упражнения для повторения

240. Выполните действия:

1) $25 \cdot (63 - 741 : 19)$;

3) $3926 : 13 \cdot 8 + 2584$;

2) $(900 - 7218 : 9) \cdot 12$;

4) $690 - 2944 : 64 \cdot 15$.

241. На отрезке AB отметили точку C . Расстояние между серединами отрезков AC и BC составляет 12 см. Какова длина отрезка AB ?

242. Начертите координатный луч и отметьте на нем точки A (1), B (7), C (3), D (9). На этом же луче отметьте точки, которые удалены от точки B : 1) на 3 единичных отрезка; 2) на 8 единичных отрезков. Найдите координаты этих точек.



Задача от Мудрой Совы

243. Во сколько раз путь по лестнице с первого этажа на десятый длиннее, чем путь с первого этажа на второй?

9. Числовые и буквенные выражения. Формулы

Как найти периметр прямоугольника, стороны которого равны 3 см и 5 см (рис. 70)?

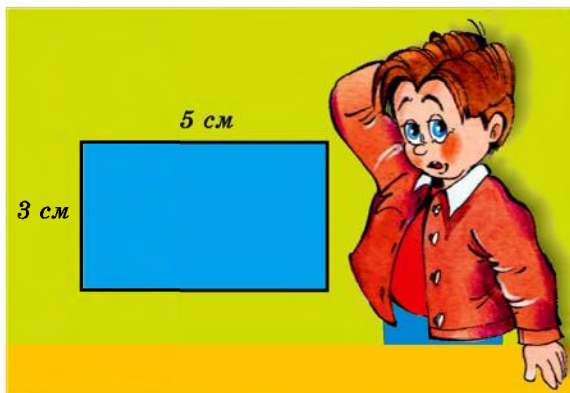


Рис. 70

Отвечая на этот вопрос, вы, скорее всего, сделаете такую запись: $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

Эта запись представляет собой **числовое выражение**.

Приведем еще несколько примеров числовых выражений: $12 : 4 - 1$, $(5 + 17) + 11$, $(19 - 7) \cdot 3$. Эти выражения составлены из чисел, знаков арифметических действий и скобок. Заметим, что не всякая запись, составленная из чисел, знаков арифметических

действий и скобок, является числовым выражением. Например, запись $+) + 3 - (2$ — это бессмысленный набор символов.

Закончив решать задачу о периметре прямоугольника, получим ответ 16 см. В таких случаях говорят, что число 16 является **значением выражения** $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

А чему равен периметр прямоугольника, стороны которого равны 3 см и a см? Ответ можно записать в виде $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$.

Запись $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$ представляет собой **буквенное выражение**.

Приведем еще несколько примеров буквенных выражений: $(a + b) + 11$, $5 + 3 \cdot x$, $n : 2 + k \cdot 5$. Эти выражения составлены из чисел, букв, знаков арифметических действий и скобок.

Как правило, в буквенных выражениях знак умножения пишут только между числами. В остальных случаях его опускают. Например, вместо $5 \cdot y$, $m \cdot n$, $2 \cdot (a + b)$ соответственно пишут $5y$, mn , $2(a + b)$.

Пусть стороны прямоугольника равны a см и b см. В этом случае буквенное выражение для нахождения его периметра выглядит так: $2a + 2b$.

Подставим в это выражение вместо a и b соответственно числа 3 и 5. Получим числовое выражение $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$, которое мы уже записывали для нахождения периметра прямоугольника в начале этого пункта. Если же вместо a и b подставить, например, числа 4 и 9, то получим числовое выражение для нахождения периметра другого прямоугольника — со сторонами 4 см и 9 см. Вообще, из одного буквенного выражения можно получить бесконечно много числовых выражений.

Обозначим периметр прямоугольника буквой P . Тогда равенство

$$P = 2a + 2b$$

можно использовать для нахождения периметра *любого* прямоугольника. Такие равенства называют **формулами**.

Например, если сторона квадрата равна a , то его периметр вычисляют по формуле

$$P = 4a$$

Равенство

$$s = vt,$$

где s — пройденный путь, v — скорость движения, а t — время, за которое пройден путь s , называют **формулой пути**.

ПРИМЕР 1 Собранные в своем саду яблоки Барвинок разложил в пять ящиков по a кг и в b ящиков по 20 кг. Сколько килограммов яблок собрал Барвинок? Вычислите значение полученного выражения при $a = 18$, $b = 9$.

Решение. В пяти ящиках содержится $5a$ кг яблок, а в b ящиках — $20b$ кг. Всего Барвинок собрал $(5a + 20b)$ кг яблок.

Если $a = 18$, $b = 9$, то получаем: $5 \cdot 18 + 20 \cdot 9 = 90 + 180 = 270$ (кг).

Ответ: $(5a + 20b)$ кг, 270 кг. ◀

ПРИМЕР 2 Найдите, пользуясь формулой пути, скорость, с которой поезд прошел 324 км за 6 ч.

Решение. Поскольку $s = vt$, то $v = s : t$. Тогда можно записать: $v = 324 : 6 = 54$ (км/ч).

Ответ: 54 км/ч. ◀

ПРИМЕР 3 Петя купил m булочек по 4 грн и шоколадку за 30 грн. Составьте формулу для вычисления стоимости покупки и вычислите эту стоимость, если: 1) $m = 4$; 2) $m = 12$.

Решение. За m булочек Петя заплатил $4m$ грн.

Обозначив стоимость покупки буквой k , получим формулу $k = 4m + 30$.

1) Если $m = 4$, то $k = 4 \cdot 4 + 30 = 46$;

2) если $m = 12$, то $k = 4 \cdot 12 + 30 = 78$.

Ответ: $k = 4m + 30$, 46 грн, 78 грн. ◀



1. Опишите, что представляет собой числовое выражение.
2. Опишите, что представляет собой буквенное выражение.
3. Какое равенство называют формулой пути?

Решаем устно

1. Какое число стоит в конце цепочки вычислений?



2. Какое число надо прибавить к 18, чтобы получить 64?
3. Из какого числа надо вычесть 36, чтобы получить 16?
4. Какое число надо вычесть из числа 82, чтобы получить 24?
5. Две черепахи ползут со скоростью 6 м/мин и 4 м/мин. С какой скоростью они отдаляются друг от друга, если ползут: 1) в противоположных направлениях; 2) в одном направлении?

6. Сначала книга стала дешевле на 24 грн, а потом подорожала на 16 грн. Как изменилась, увеличилась или уменьшилась, по сравнению с начальной цена книги и на сколько?

Упражнения

- 244.° Прочитайте данные числовые выражения, используя термины «сумма», «разность», «произведение», «частное»:

- | | | |
|--------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 1) $12 + 16$; | 4) $98 : 14$; | 7) $204 : 6 - 102 : 3$; |
| 2) $39 - 24$; | 5) $(238 + 124) - 95$; | 8) $(53 + 8) \cdot (53 - 8)$. |
| 3) $18 \cdot 19$; | 6) $39 \cdot 16 + 48 \cdot 2$; | |

- 245.° Найдите значение выражения:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| 1) $56 + 42 : 14 - 7$; | 3) $(56 + 42) : 14 - 7$; |
| 2) $(56 + 42) : (14 - 7)$; | 4) $56 + 42 : (14 - 7)$. |

- 246.° Найдите значение выражения:

- 1) $374 + x$, если $x = 268$;
- 2) $374 - x$, если $x = 268$;
- 3) $a + b + 988$, если $a = 714$, $b = 569$;
- 4) $a - 314 + 625 - c$, если $a = 836$, $c = 442$.

- 247.° Найдите значение выражения:

- 1) $y + 653$, если $y = 894$;
- 2) $y - 653$, если $y = 894$;
- 3) $a - b - 569$, если $a = 2316$, $b = 1495$.

- 248.° В классе учатся a мальчиков и 14 девочек. Сколько всего учащихся в этом классе?

- 249.° В саду растет 158 деревьев, из них a деревьев составляют яблони, а остальные — вишни. Сколько вишневых деревьев растет в саду?

- 250.° За 8 ч самолет пролетел s км. С какой скоростью летел самолет?

- 251.° Автомобиль проехал s км со скоростью 65 км/ч. Сколько времени автомобиль был в пути?

- 252.° Найдите по формуле пути расстояние, которое пройдет поезд за 6 ч со скоростью 67 км/ч.

- 253.° Найдите по формуле пути расстояние, которое проплывет моторная лодка за 7 ч со скоростью 32 км/ч.

- 254.° Вычислите значение y по формуле $y = 4x - 7$, если: 1) $x = 26$;
2) $x = 15$.

- 255.° Вычислите значение a по формуле $a = 86 - 5b$, если: 1) $b = 17$;
2) $b = 9$.

256.* Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) разность суммы чисел 238 и 416 и числа 519;
- 2) сумма разности чисел 823 и 374 и разности чисел 3477 и 3086;
- 3) произведение суммы и разности чисел 15 и 12;
- 4) частное суммы чисел 209 и 193 и разности чисел 42 930 и 42 924.

257.* Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) сумма разности чисел 238 и 149 и числа 506;
- 2) частное суммы и разности чисел 48 и 16;
- 3) произведение суммы чисел 124 и 126 и разности чисел 313 и 307;
- 4) разность произведения чисел 32 и 15 и частного чисел 896 и 28.

258.* Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $476 + a + 224$, если $a = 221$;
- 2) $x + 246 - 46$, если $x = 137$;
- 3) $973 - 243 - y$, если $y = 258$.

259.* Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $2318 + b + 6682$, если $b = 5195$;
- 2) $829 - 329 + m$, если $m = 700$.

260.* На первом участкеросло 67 кустов смородины. Потом x кустов пересадили на второй участок, а на этом посадили y новых кустов. Сколько кустов стало на первом участке? Вычислите значение полученного выражения, если $x = 18$, $y = 25$.

261.* У Винни-Пуха было m горшочков меда. Пятачок подарил ему еще 24 горшочка, и они вместе съели n горшочков меда. Сколько горшочков меда осталось после этого у Винни-Пуха? Вычислите значение полученного выражения, если $m = 56$, $n = 12$.

262.* Буратино купил m карандашей по 24 сольдо и 5 тетрадей по n сольдо, заплатив за тетради больше, чем за карандаши. На сколько больше заплатил Буратино за тетради, чем за карандаши? Вычислите значение полученного выражения при $m = 6$, $n = 32$.

263.* Мальвина купила 8 конфет по a сольдо и b пирожных по 65 сольдо, заплатив за конфеты меньше, чем за пирожные. На сколько меньше заплатила Мальвина за конфеты, чем за пирожные? Вычислите значение полученного выражения при $a = 14$, $b = 4$.

264.** У Карлсона было 712 пирожных. Каждый час он съедал 18 пирожных. Составьте формулу для вычисления количества

пирожных, которые останутся у него через t ч, и вычислите это количество, если: 1) $t = 4$; 2) $t = 12$.

265. Фирма «Источник», которая строит колодцы из железобетонных колец, рассчитывает стоимость работы по такому правилу: заказчик должен заплатить 750 грн независимо от количества колец и еще по 320 грн за каждое установленное кольцо. Обозначив стоимость заказа на постройку колодца буквой P , а количество железобетонных колец буквой n , составьте формулу для вычисления стоимости заказа. Пользуясь составленной формулой, вычислите стоимость заказа, если: 1) $n = 6$; 2) $n = 14$.

Упражнения для повторения

- 266.** Точки A , B и C лежат на одной прямой. Расстояние между точками A и B равно 30 см, а между точками B и C — 10 см. Найдите расстояние между точками A и C .
- 267.** Наташа купила художественный альбом за 126 грн и несколько сборников стихов по 18 грн каждый. Сколько сборников купила Наташа, если за всю покупку она заплатила 198 грн?
- 268.** Масса полного ящика с яблоками составляет 25 кг. После того как продали половину яблок, масса ящика с оставшимися яблоками оказалась равна 15 кг. Какова масса пустого ящика?



Задача от Мудрой Совы

- 269.** Кабинки развлекательного аттракциона «Колесо обозрения» последовательно пронумерованы числами 1, 2, 3 и т. д. Сколько всего кабинок, если известно, что когда кабинка с номером 24 занимает самую высокую позицию, то кабинка с номером 10 — самую низкую?

Когда сделаны уроки

Язык, понятный всем

Предложение «Сумма чисел два и три равна пяти» переводят на украинский язык так: «Сума чисел два і три дорівнює п'яти»; на французский: «La somme des nombres deux et trois est égale cinq»; на английский: «The sum of the numbers two and three is equal to five»; на немецкий: «Die Summe der Zahlen zwei und drei ist gleich fünf».

Однако это предложение можно записать таким образом, что оно будет понятно вашим сверстникам, живущим в любой стране.

Вот эта запись: $2 + 3 = 5$. Ее поймет каждый: ведь перевод сделан на **математический язык**, а этот язык — международный.

Как и любой язык, он имеет свой алфавит. Его буквы принято называть *математическими символами (знаками)*. Например, десять цифр — это «буквы», из которых можно составлять «слова» и «предложения», то есть числа и числовые выражения.

Примечательно, что математический алфавит включает в себя буквы латинского и греческого алфавитов.

Важным этапом в формировании математического языка стала идея использовать буквы для обозначения чисел. Уже в I в. греческий ученый Герон Александрийский обозначал буквами неизвестные величины.

Любой язык развивается. Например, украинский язык до появления «Энеиды» и «Наталки Полтавки» И. П. Котляревского значительно отличался от современного. Знакомые вам математические символы



в Средние века выглядели тоже совсем иначе.

Например, в XIV в. для обозначения действия сложения использовали букву *p* — первую букву латинского слова *plus*.

Существует несколько гипотез происхождения современного знака «+». Например, правдоподобным кажется объяснение, что этот знак является сокращенной записью латинского слова *et*, что в переводе на русский язык означает «и». Вначале писали *et*, потом *t* и, наконец, «+».

Любопытно, что знак «=», хотя и появился в XVI в., но прочно утвердился лишь в XVIII в. Это связано с тем, что некоторые математики использовали знак равенства для обозначения разности. В XVII в., следуя французскому ученому Рене Декарту, знак равенства изображали так:

В русском алфавите 33 буквы, в греческом — 24, в английском — 26. Изучая иностранный язык, вы уже на начальных этапах знакомитесь со всеми его буквами. В математике вам пока известна лишь небольшая часть математического алфавита. Однако, изучая этот предмет, вы будете знакомиться с новыми символами. Если же вы выберете профессию математика, то, возможно, и сами когда-нибудь придумаете новую «математическую букву».

10. Уравнение

Рассмотрим следующую задачу. На остановке из автобуса вышло 6 пассажиров, а зашло 10. После этого в автобусе оказалось 40 пассажиров. Сколько пассажиров находилось в автобусе до остановки?

Если обозначить искомое число пассажиров буквой x , то наша задача сводится к следующей: каким числом нужно заменить x , чтобы значение буквенного выражения $(x - 6) + 10$ стало равным 40?

В таких случаях говорят, что надо **решить уравнение** $(x - 6) + 10 = 40$.

Если в это уравнение вместо буквы x подставить число 36, то получим *верное* числовое равенство $(36 - 6) + 10 = 40$. Говорят, что число 36 — **корень** уравнения $(x - 6) + 10 = 40$.

Корнем уравнения называют число, которое при подстановке его вместо буквы обращает уравнение в верное числовое равенство.

Так, число 3 является корнем уравнения $2x + 2 = 8$, а, например, число 4 не является корнем этого уравнения. Действительно, $2 \cdot 3 + 2 = 8$, а $2 \cdot 4 + 2 \neq 8$ (знак « $\neq$ » читают «не равно»).

Часто корень уравнения называют **решением уравнения**.

Уравнение не обязательно имеет один корень. Например, уравнение $x - x = 0$ имеет *бесконечно много* корней: любое число является его корнем; а уравнение $x - x = 1$ корней не имеет.

Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что их вообще нет.

ПРИМЕР 1 Решите уравнение $78 + x = 100$.

Решение. Применим известное вам правило нахождения неизвестного слагаемого: **чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое.**

Имеем: $x = 100 - 78$;

$x = 22$.

Ответ: 22. ◀

ПРИМЕР 2 Решите уравнение $x - 34 = 82$.

Решение. Применим известное вам правило нахождения неизвестного уменьшаемого: **надо к разности прибавить вычитаемое.**

Имеем: $x = 82 + 34$;

$x = 116$.

Ответ: 116. ◀

ПРИМЕР 3 Решите уравнение $108 - x = 96$.

Решение. Применим известное вам правило нахождения неизвестного вычитаемого: **чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность.**

$$\text{Имеем: } x = 108 - 96;$$

$$x = 12.$$

Ответ: 12. ◀

ПРИМЕР 4 Решите уравнение $(m - 124) + 316 = 900$.

Решение. Воспользовавшись правилом нахождения неизвестного слагаемого, получаем:

$$m - 124 = 900 - 316;$$

$$m - 124 = 584.$$

Далее применим правило нахождения неизвестного уменьшаемого:

$$m = 584 + 124;$$

$$m = 708.$$

Ответ: 708. ◀

ПРИМЕР 5 Решите уравнение $1000 - (537 - a) = 642$.

Решение. Применим дважды правило нахождения неизвестного вычитаемого:

$$537 - a = 1000 - 642;$$

$$537 - a = 358;$$

$$a = 537 - 358;$$

$$a = 179.$$

Ответ: 179. ◀



1. Какое число называют корнем (решением) уравнения?
2. Что значит решить уравнение?
3. Как найти неизвестное слагаемое?
4. Как найти неизвестное уменьшаемое?
5. Как найти неизвестное вычитаемое?

Решаем устно

1. Найдите значение выражения $53 + x$, если: 1) $x = 29$; 2) $x = 61$.
2. Найдите значение выражения $12y$, если: 1) $y = 7$; 2) $y = 20$.
3. Найдите по формуле пути $s = 50t$ расстояние (в метрах), которое проходит Петя: 1) за 4 мин; 2) за 10 мин. Что означает числовой множитель в этой формуле?

- ## Упражнения

- 1) Алена задумала число. Если к этому числу прибавить 43 и полученную сумму вычесть из числа 96, то получим 25. Какое число задумала Алена?
- 2) У Буратино было 74 сольдо. После того как он купил себе учебники для школы, папа Карло дал ему 25 сольдо. Тогда у Буратино стало 68 сольдо. Сколько сольдо потратил Буратино на учебники?

277.* Решите с помощью уравнения задачу:

- 1) Ваня задумал число. Если к этому числу прибавить 27 и из полученной суммы вычесть 14, то получим число 36. Какое число задумал Ваня?



- 2) Бабушка испекла 60 пирожков. Часть пирожков она отдала соседям, а 20 пирожками угостила внуков. После этого у нее осталось 28 пирожков. Сколько пирожков бабушка отдала соседям?

278.** Какое число надо подставить вместо a , чтобы корнем уравнения:

- 1) $(x + a) - 7 = 42$ было число 22;
2) $(a - x) + 4 = 15$ было число 3?

279.** Какое число надо подставить вместо a , чтобы корнем уравнения:

- 1) $(x - 7) + a = 23$ было число 9;
2) $(11 + x) + 101 = a$ было число 5?

Упражнения для повторения

- 280.** Леся была в школе с 8 ч 15 мин до 15 ч 20 мин. Вечером она пошла на тренировку, на которой была на 5 ч 40 мин меньше, чем в школе. Сколько времени была Леся на тренировке?
- 281.** Начертите в тетради отрезок длиной 12 см. Над одним концом отрезка напишите число 0, а над другим — 480. Поделите отрезок на шесть равных частей. Отметьте на полученной шкале числа 40, 280, 100, 360, 420.
- 282.** Мама дала Васе 300 грн и поручила купить бананы, мандарины и апельсины. Вася решил купить 3 кг бананов по 28 грн за 1 кг, 2 кг мандаринов по 34 грн и 4 кг апельсинов по 30 грн. Хватит ли ему для этого денег? В случае утвердительного ответа укажите, сколько денег у него останется.



Задача от Мудрой Совы

283. В трех ящичках лежат шарики: в первом ящичке — два белых, во втором — два черных, в третьем — белый и черный. На ящички наклеены этикетки ББ, ЧЧ и БЧ так, что содержимое каждого из них не соответствует этикетке. Как, вынув один шарик, узнать, что в каком ящичке лежит?

11. Угол. Обозначение углов

Проведем на листе бумаги два луча BA и BC с общим началом в точке B (рис. 71).

Фигуру, образованную двумя лучами, имеющими общее начало, называют углом.

Эти лучи называют **сторонами** угла, а их общее начало — **вершиной** угла.

На рисунке 71 лучи BA и BC — стороны угла, а точка B — вершина угла.

Угол на рисунке 71 обозначают так: $\angle ABC$ или $\angle CBA$. Обратим внимание, что этот угол нельзя обозначать так: $\angle BAC$ или $\angle BCA$. Буква, соответствующая вершине угла, должна быть второй из трех букв.

Этот же угол можно обозначить и короче — по его вершине: $\angle B$.

Так, углы, изображенные на рисунке 72, можно обозначить $\angle PQR$, $\angle EFT$, $\angle KOZ$ или соответственно $\angle Q$, $\angle F$, $\angle O$.

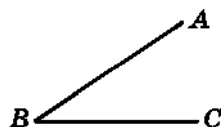


Рис. 71

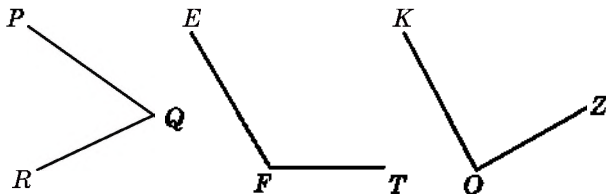


Рис. 72

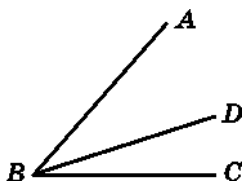


Рис. 73

Заметим, что ни один из трех углов на рисунке 73 нельзя обозначить только одной буквой, так как у них одна и та же вершина — точка B .

Из вершины B угла ABC проведен луч BD так, как показано на рисунке 73. В этом случае говорят, что луч BD проходит между сторонами угла ABC и делит его на два угла: ABD и DBC .

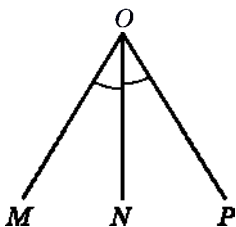


Рис. 74

Если лист бумаги перегнуть по прямой ON (рис. 74), то углы MON и NOP совместятся.

Два угла называют равными, если они совмещаются при наложении.

Следовательно, углы MON и NOP равны. Пишут: $\angle MON = \angle NOP$. На рисунке равные углы, как правило, отмечают равным количеством дужек.

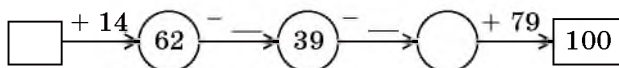
На рисунке 74 луч ON делит угол MOP на два равных угла. Такой луч называют **биссектрисой** угла.



1. Какую фигуру называют углом?
2. Какие два угла называют равными?
3. Как называют луч, который делит угол на два равных угла?

Решаем устно

1. Каких чисел не хватает в цепочке вычислений?



2. Решите уравнение:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $x + 13 = 28$; | 3) $x - 11 = 79$; |
| 2) $20 - x = 12$; | 4) $10 + x = 6$. |

3. Корнем какого из следующих уравнений является число 5:

- | | |
|------------------------|-------------------------------------|
| 1) $2x - 3 = 7$; | 4) $x \cdot x \cdot x + 25 = 150$; |
| 2) $x + 20 = 20 + x$; | 5) $0 \cdot x = 10$; |
| 3) $36 - 3x = 20$; | 6) $x + 12 = 22 - x$? |

4. У Пети и Миши было поровну конфет. Петя отдал Мише 8 конфет. На сколько конфет у Миши стало больше, чем у Пети?

Упражнения

- 284.° Как можно обозначить угол, изображенный на рисунке 75?
- 285.° На каком из рисунков 76, а, б, в луч OK является биссектрисой угла AOB ?

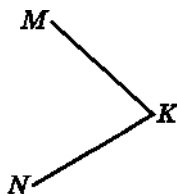


Рис. 75

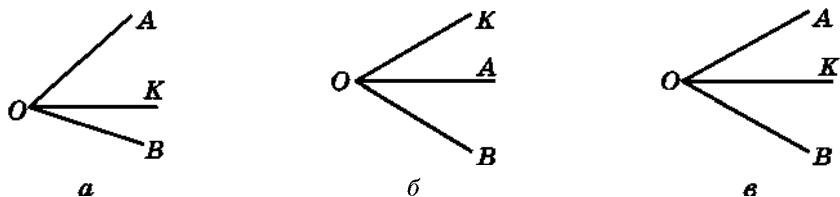


Рис. 76

286.° Назовите все углы, изображенные на рисунке 77.

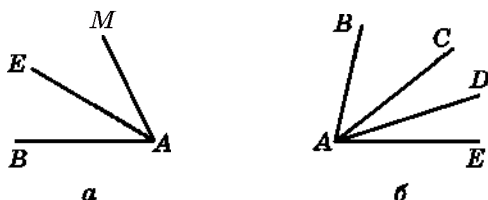


Рис. 77

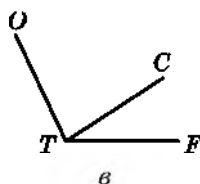


Рис. 78

287.° Запишите все углы, изображенные на рисунке 78.

288.° Какие из лучей, изображенных на рисунке 79, пересекают сторону угла BOC ?

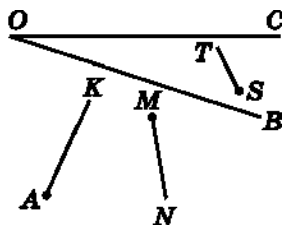


Рис. 79

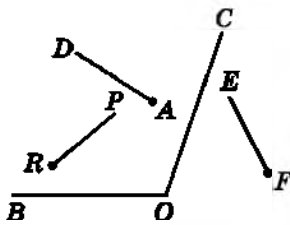


Рис. 80

289.° Какие из лучей, изображенных на рисунке 80, пересекают сторону угла BOC ?

290.° Начертите угол MNE и проведите лучи NA и NC между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.

291.° На рисунке 81 $\angle ABE = \angle CBF$. Есть ли еще на этом рисунке равные углы?

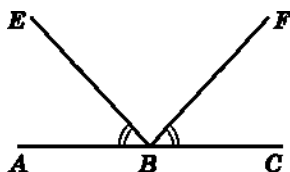


Рис. 81

292.* На рисунке 82 $\angle AOB = \angle DOE$, $\angle BOC = \angle COD$. Есть ли еще на этом рисунке равные углы?

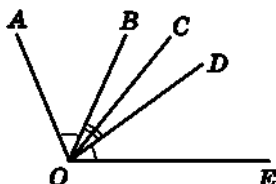


Рис. 82

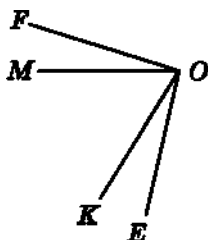


Рис. 83

293.* На рисунке 83 углы FOK и MOE равны. Какие еще углы, изображенные на этом рисунке, равны?

Упражнения для повторения

294. Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) произведение суммы чисел 18 и 20 и числа 8;
- 2) частное от деления разности чисел 128 и 29 на число 11;
- 3) частное от деления произведения чисел 15 и 6 на их разность.

295. Решите уравнение:

- 1) $x + 504\,968 = 1\,017\,216$;
- 2) $120\,340\,526 - x = 7\,908\,049$.

296. На XXXI Олимпийских играх, состоявшихся в 2016 г. в Рио-де-Жанейро (Бразилия), олимпийская сборная Украины завоевала 11 медалей. Наши спортсмены получили 7 золотых и серебряных медалей, а золотых и бронзовых — 9. Сколько медалей каждого вида завоевала на этой олимпиаде наша сборная?



297. Учащиеся пятых классов ехали на двух автобусах на экскурсию. Когда из одного автобуса, в котором было 42 учащихся, 8 учащихся перешли во второй автобус, то в обоих автобусах учащихся стало поровну. Сколько учащихся было во втором автобусе сначала?



Задача от Мудрой Совы

298. Расстояние между городами A и B равно 30 км. Из города A в город B выехал велосипедист, который двигался со скоростью 15 км/ч. Одновременно с ним из города B в направлении города A вылетела птица со скоростью 30 км/ч. Встретившись

с велосипедистом, птица развернулась и полетела назад. Прилетев в город B , она снова развернулась и полетела навстречу велосипедисту. Встретившись с ним, птица развернулась и полетела назад в город B . Птица летала таким образом до тех пор, пока велосипедист не приехал в город B . Сколько километров пролетела птица?

12. Виды углов. Измерение углов

На каждом из рисунков 84, a – $г$ изображены два луча. На каком из рисунков пара лучей образует угол, сторонами которого являются эти лучи?



Рис. 84

Поскольку на рисунках 84, a – $в$ начала лучей не совпадают, то углов эти лучи не образуют. Лучи на рисунке 84, $г$ образуют прямую. При этом начала лучей совпадают, следовательно, эти лучи образуют угол. Такой угол называют **развернутым**.

Угол, стороны которого образуют прямую, называют развернутым.

Углы, как и отрезки, можно измерять. Напомним, что для измерения отрезков мы использовали единичный отрезок (1 мм, 1 см и т. п.). Однако для измерения углов мы пока не имеем *единичного угла*.

Создать его можно, например, так. Разделим развернутый угол на 180 равных углов (рис. 85).

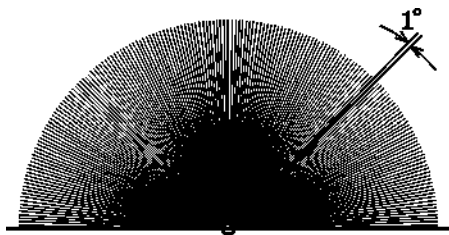


Рис. 85

Угол, образованный двумя соседними лучами, принимают за единицу измерения. Его величину называют **градусом** (от лат. *gradus* — «шаг», «ступенька») и записывают 1° .

Измерить угол — значит подсчитать, сколько единичных углов в нем помещается.

Тогда **величина** или, как еще принято говорить, **градусная мера** развернутого угла равна 180° . Можно сказать и так: развернутый угол равен 180° .

Для измерения углов используют специальный прибор — **транспортир** (рис. 86). Он состоит, как правило, из полукольца, соединенного с линейкой. Его шкала содержит 180 делений.



Рис. 86

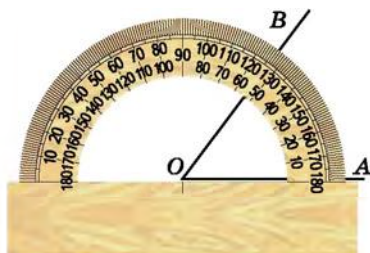


Рис. 87

Чтобы измерить угол, совместим его вершину с центром транспортира таким образом, чтобы одна из сторон угла прошла по линейке (рис. 87). Тогда штрих на шкале, через который пройдет вторая сторона, укажет градусную меру (величину) этого угла.



Рис. 88

Так, на рисунке 87 $\angle AOB = 53^\circ$, на рисунке 88 $\angle MON = 136^\circ$.

Равные углы имеют равные градусные меры. Из двух неравных углов большим будем считать тот, градусная мера которого больше. Например, из трех углов, изображенных на рисунке 89, $\angle MON$ — наибольший. В этом легко убедиться, измерив углы транспортиром.

Величина угла обладает следующим свойством.

Если между сторонами угла ABC провести луч BD, то градусная мера угла ABC будет равна сумме градусных мер углов ABD и DBC (рис. 90), то есть

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC.$$

Отметим, что биссектриса развернутого угла делит его на два угла, градусная мера каждого из которых равна 90° (рис. 91).

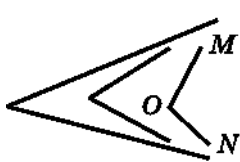


Рис. 89

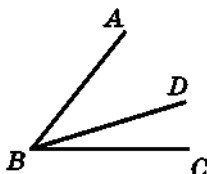


Рис. 90

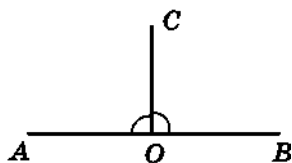


Рис. 91

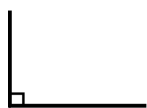
Угол, градусная мера которого равна 90° , называют прямым.

В частности, на рисунке 91 каждый из углов AOC и BOC является прямым.

Прямой угол обозначают так, как на рисунке 92.

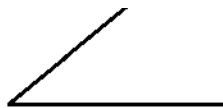
Угол, градусная мера которого меньше 90° , называют острым (рис. 93).

Угол, градусная мера которого больше 90° , но меньше 180° , называют тупым (рис. 94).



Прямой угол

Рис. 92



Острый угол

Рис. 93



Тупой угол

Рис. 94

ПРИМЕР 1 Дан луч OA. Постройте угол BOA, градусная мера которого равна 72° .

Решение. Совместим центр транспортира с точкой O так, чтобы луч OA прошел по линейке. Выберем на кольце транспортира штрих, соответствующий 72° . Возле этого штриха отметим точку B (рис. 95). Проведем луч OB. Угол BOA — искомый. ◀

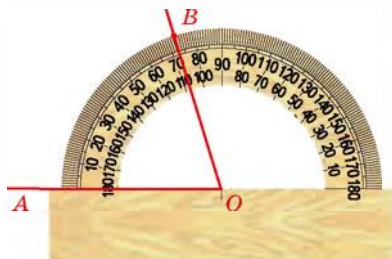


Рис. 95

Если дан луч OA и построен угол BOA , то говорят, что от луча OA *отложен* угол BOA .

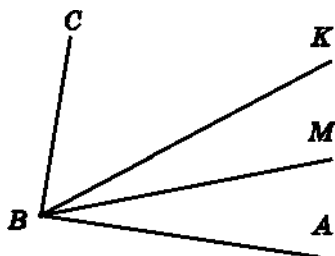


Рис. 96

ПРИМЕР 2 Из вершины угла ABC проведены лучи BK и BM так, что $\angle ABK = 48^\circ$, $\angle CBM = 72^\circ$ (рис. 96). Вычислите величину угла ABC , если $\angle MBK = 16^\circ$.

Решение.

Имеем: $\angle ABM = \angle ABK - \angle MBK$;

$$\angle ABM = 48^\circ - 16^\circ = 32^\circ;$$

$$\angle ABC = \angle ABM + \angle CBM;$$

$$\angle ABC = 32^\circ + 72^\circ = 104^\circ.$$

Ответ: 104° . ◀



1. Какой угол называют развернутым?
2. В каких единицах измеряют углы?
3. Какова градусная мера развернутого угла?
4. Что означает измерить угол?
5. Как называют прибор, который используют для измерения углов?
6. Расскажите, как пользоваться транспортиром.
7. Какие градусные меры имеют равные углы?
8. Какой из двух неравных углов считают большим?
9. Каким свойством обладает величина угла?
10. Какой угол называют прямым?
11. Какой угол называют острым?
12. Какой угол называют тупым?
13. На какие углы делит развернутый угол его биссектриса?

Решаем устно

1. Назовите два числа, одно из которых:
 - 1) на 27 больше другого;
 - 2) на 15 меньше другого;
 - 3) в 7 раз меньше другого;
 - 4) в 3 раза больше другого.
2. Часы спешат на 10 мин и сейчас показывают 10 ч 8 мин. Какой час на самом деле?
3. Часы отстают на 7 мин и сейчас показывают 16 ч 55 мин. Какой час на самом деле?

4. Какие из следующих уравнений не имеют корней:

- | | | |
|------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $2x = x$; | 4) $0x = 6$; | 7) $8x = 0$; |
| 2) $0x = 0$; | 5) $x \cdot x = x$; | 8) $3 - x = 2$; |
| 3) $3 - x = 3$; | 6) $x + 6 = 7 + x$; | 9) $1 \cdot x = 5$? |

5. Для озеленения улицы длиной 3 км на одной из ее сторон посадили деревья на расстоянии 20 м друг от друга. Первое дерево посадили в начале улицы, а последнее — в ее конце. Сколько деревьев было посажено? Чему равно расстояние между первым и пятым деревьями?

Упражнения

299.° Начертите:

- 1) острый угол EFC ;
- 2) прямой угол ORT ;
- 3) тупой угол D ;
- 4) развернутый угол KAP .

300.° Найдите на рисунке 97 острые, тупые и прямые углы.

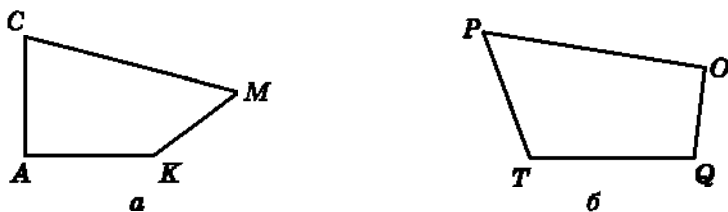


Рис. 97

301.° Какие из данных углов острые, тупые, прямые, развернутые:

$\angle A = 96^\circ$, $\angle B = 84^\circ$, $\angle S = 180^\circ$, $\angle D = 90^\circ$, $\angle R = 162^\circ$, $\angle E = 60^\circ$,
 $\angle Q = 100^\circ$, $\angle M = 72^\circ$?

302.° Найдите, пользуясь транспортиром, градусную меру углов, изображенных на рисунке 98. Определите вид каждого угла.

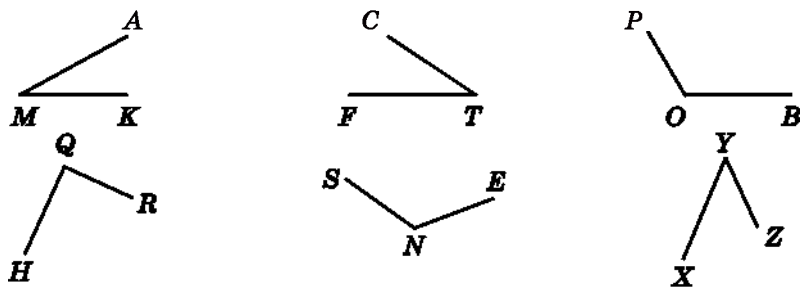


Рис. 98

303.° Найдите, пользуясь транспортиром, градусную меру углов, изображенных на рисунке 99. Определите вид каждого угла.

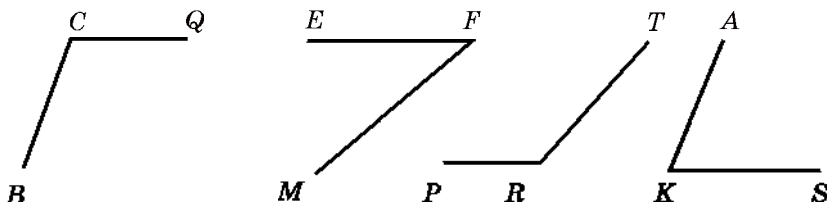


Рис. 99

304.° Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 38° ; 2) 124° ; 3) 92° ; 4) 90° ; 5) 87° ; 6) 54° ; 7) 170° ; 8) 65° . Определите вид каждого угла.

305.° Проведите луч. Отложите от этого луча угол, градусная мера которого равна: 1) 40° ; 2) 130° ; 3) 68° ; 4) 164° . Определите вид каждого из построенных углов.

306.° На рисунке 100 $\angle CMK = 132^\circ$, а угол AMK — развернутый. Вычислите величину угла AMC .

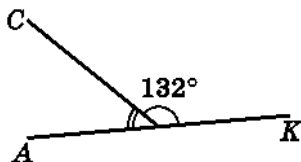


Рис. 100

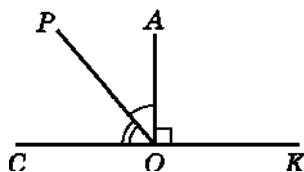


Рис. 101

307.° На рисунке 101 угол AOK — прямой, $\angle COP = 54^\circ$, а угол COK — развернутый. Вычислите величину угла AOP .

308.° Какой из углов, изображенных на рисунке 102, наибольший? наименьший?

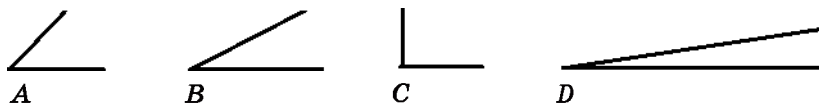


Рис. 102

309.° Начертите угол CDE , равный 152° . Лучом DA разделите его на два угла так, чтобы $\angle CDA = 98^\circ$. Вычислите величину угла ADE .

310.° Начертите угол ABC , равный 106° . Лучом BD разделите этот угол на два угла так, чтобы $\angle ABD = 34^\circ$. Вычислите величину угла DBC .

311.* Из вершины прямого угла BOM (рис. 103) проведены лучи OA и OC так, что $\angle BOC = 74^\circ$, $\angle AOM = 62^\circ$. Вычислите величину угла AOC .

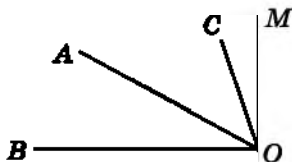


Рис. 103

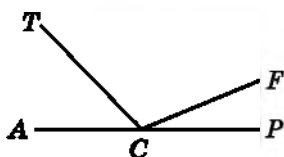


Рис. 104

312.* Из вершины развернутого угла ACP (рис. 104) проведены лучи CT и CF так, что $\angle ACF = 158^\circ$, $\angle TCP = 134^\circ$. Вычислите величину угла TCF .

313.* Верно ли утверждение:

- 1) любой угол, который меньше тупого, — острый;
- 2) угол, который меньше развернутого, — тупой;
- 3) биссектриса тупого угла делит его на два острых угла;
- 4) сумма градусных мер двух острых углов больше 90° ;
- 5) угол, который больше прямого, — тупой?

314.* Найдите градусную меру угла между стрелками часов, если они показывают: 1) 3 ч; 2) 6 ч; 3) 4 ч; 4) 11 ч; 5) 7 ч.

315.* Луч BK является биссектрисой угла CBD , $\angle ABK = 146^\circ$ (рис. 105). Вычислите градусную меру угла CBD .

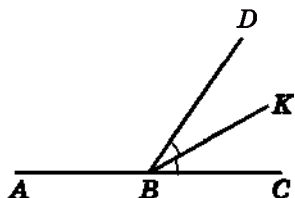


Рис. 105

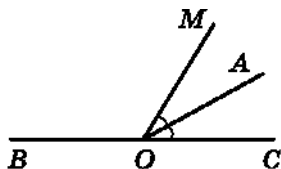


Рис. 106

316.* Луч OA является биссектрисой угла COM , $\angle COM = 54^\circ$ (рис. 106). Вычислите градусную меру угла AOB .

317.* Проведите три прямые, пересекающиеся в одной точке. Запишите все развернутые углы, образовавшиеся при этом.

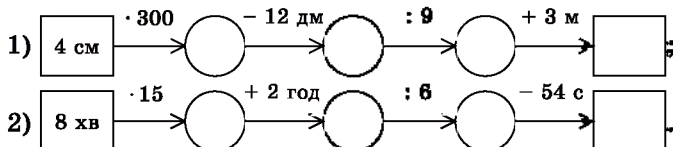
318.* Проведите шесть прямых, пересекающихся в одной точке. Верно ли, что среди образовавшихся при этом углов есть угол, градусная мера которого меньше 31° ?

319.* Как, используя шаблон угла, градусная мера которого равна 13° , построить угол, градусная мера которого равна 2° ?

- 320.* Как построить угол, градусная мера которого 1° , используя шаблон угла, градусная мера которого равна: 1) 19° ; 2) 7° ?

Упражнения для повторения

321. Заполните цепочку вычислений:



322. Верно ли неравенство

$$(a + 253) \cdot 7 < (9864 - a) : 4 \text{ при } a = 124?$$

323. В четырех стаканах помещается столько же молока, сколько и в банке. В стакане и банке помещается вместе 1 кг 200 г молока. Сколько граммов молока помещается в стакане?

324. Прокат лодки стоит 16 грн за первый час или его часть. Каждый следующий час проката или его часть стоит 12 грн. Василий взял лодку в 9 ч 40 мин, а вернул в тот же день в 13 ч 15 мин. Сколько заплатил Василий за прокат лодки?



Задача от Мудрой Совы

325. Улитка за день поднимается вверх по столбу на 3 м, а за ночь спускается по нему на 2 м вниз. За сколько дней она доберется до вершины столба, высота которого равна 20 м?

13. Многоугольники. Равные фигуры

На рисунках 107 и 108 изображены три фигуры, каждая из которых ограничена *замкнутой* ломаной, состоящей из четырех звеньев: AB , BC , CD и DA .

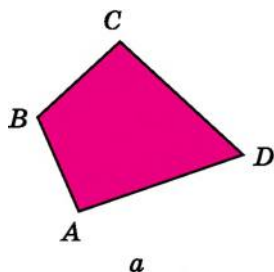


Рис. 107

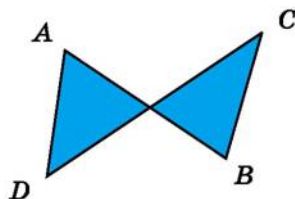
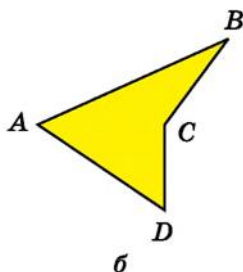


Рис. 108

Чем отличаются границы фигур на рисунке 107 от границы фигуры на рисунке 108? На рисунке 107 звенья ломаных не пересекаются.

Фигуры, изображенные на рисунке 107, называют **четырёхугольниками**.

На рисунке 109 изображены треугольники, на рисунке 110 — пятиугольники, на рисунке 111 — шестиугольники.

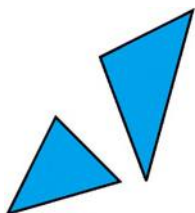


Рис. 109

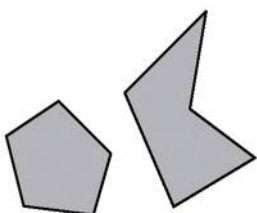


Рис. 110

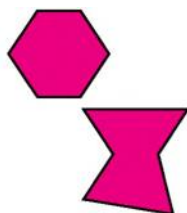


Рис. 111

Все эти фигуры — **многоугольники**. Фигура, изображенная на рисунке 108, многоугольником не является.

Каждый многоугольник имеет **вершины** и **стороны**. Так, на рисунке 107, A, B, C, D — вершины четырёхугольника, отрезки AB, BC, CD, DA — его стороны. Углы A, B, C, D называют **углами** четырёхугольника.

Многоугольник называют и обозначают по его вершинам. Для этого надо последовательно записать или назвать все его вершины, начиная с любой.

Изображенные на рисунке 107 четырёхугольники можно назвать, например, так: $ABCD$, или $BCDA$, или $DCBA$ и т. д.

Сумму длин всех сторон многоугольника называют его **периметром**.

Два многоугольника называют равными, если они совмещаются при наложении.

На рисунке 112 изображены два равных семиугольника.

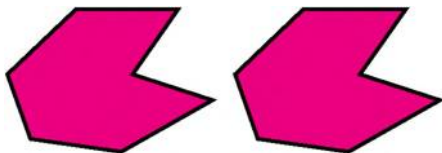


Рис. 112

Две фигуры называют равными, если они совмещаются при наложении.

На рисунке 113 изображены фигуры, которые совмещаются при наложении. Эти фигуры равны.

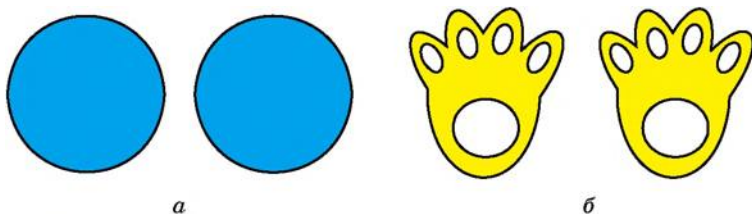


Рис. 113



1. Какая фигура ограничивает многоугольник?
2. Могут ли звенья ломаной, ограничивающей многоугольник, пересекаться?
3. Какие элементы многоугольника вы знаете?
4. Как называют и обозначают многоугольник?
5. Что называют периметром многоугольника?
6. Какие многоугольники называют равными?
7. Какие фигуры называют равными?

Решаем устно

1. Сумму чисел 24 и 18 уменьшите на 33.
2. Разность чисел 30 и 14 увеличьте в 3 раза.
3. Произведение чисел 12 и 5 увеличьте на 19.
4. Частное чисел 189 и 9 уменьшите в 7 раз.
5. Укажите среди данных отрезков равные, если $AB = 5 \text{ см } 3 \text{ мм}$, $CD = 4 \text{ м } 5 \text{ см}$, $PK = 45 \text{ см}$, $EF = 2 \text{ дм } 8 \text{ мм}$, $TQ = 53 \text{ мм}$, $MN = 208 \text{ мм}$.

Упражнения

- 326.° Назовите вершины и стороны пятиугольника, изображенного на рисунке 114.
- 327.° Нарисуйте: 1) четырехугольник; 2) пятиугольник; 3) шестиугольник; 4) семиугольник.
- 328.° Вычислите периметр пятиугольника, стороны которого равны 2 см, 4 см, 5 см, 5 мм, 6 см, 7 см.

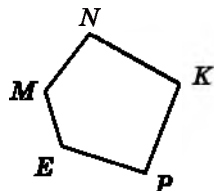


Рис. 114

- 329.° Вычислите периметр шестиугольника, три стороны которого равны по 8 см, а три другие — по 10 см.

330.° Нарисуйте в тетради фигуру, равную изображенной на рисунке 115.

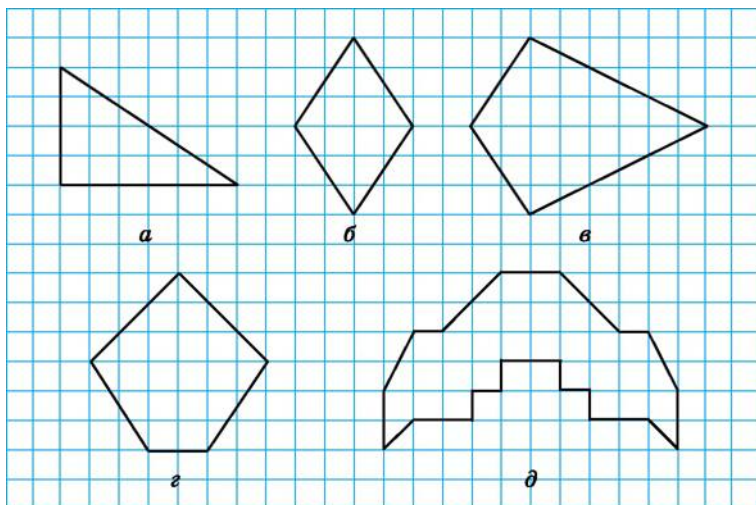


Рис. 115

331.° Нарисуйте в тетради фигуру, равную изображенной на рисунке 116.

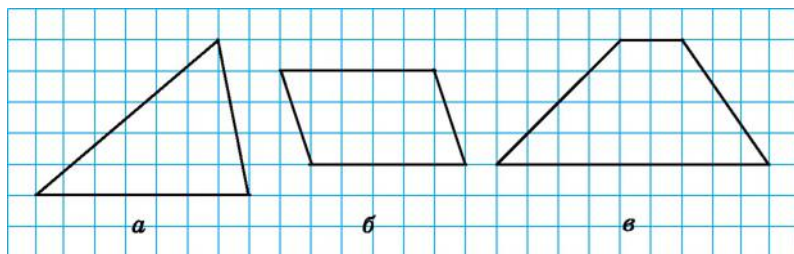


Рис. 116

332.° Одна из сторон четырехугольника равна 8 см, вторая сторона в 3 раза больше первой, а третья — на 7 см меньше второй и на 9 см больше четвертой. Вычислите периметр четырехугольника.

333.° Стороны пятиугольника пронумеровали. Первая сторона равна 4 см, а каждая следующая сторона на 2 см длиннее предыдущей. Вычислите периметр пятиугольника.

- 334.* 1) Сколько диагоналей¹ можно провести из одной вершины:
а) пятиугольника; б) семиугольника; в) n -угольника, где $n > 3$?
2) Сколько всего диагоналей можно провести: а) в пятиугольнике; б) в семиугольнике; в) в n -угольнике, где $n > 3$?
335.* Существует ли многоугольник с периметром 1 000 000 см, который можно поместить в квадрат со стороной 1 см?

Упражнения для повторения

336. Сравните:
1) 3986 г и 4 кг; 3) 60 см и 602 мм;
2) 6 м и 712 см; 4) 999 кг и 10 ц.
337. Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:
1) $(636 + 927) + 364$; 3) $212 + 493 + 788 + 807$;
2) $(425 + 798) + 675$; 4) $161 + 455 + 839 + 945$.
338. Известно, что $\angle ABC = 74^\circ$, а луч BD — его биссектриса. Вычислите величину угла DBC .
339. Высота самой высокой вершины Крымских гор — горы Роман-Кош равна 1545 м. Эта вершина на 477 м ниже карпатской горы Поп-Иван Черногорский, которая на 86 м выше горы Поп-Иван Мармарошский. Какова высота самой высокой горы Украины Говерлы, если она на 125 м выше горы Поп-Иван Мармарошский?



Задача от Мудрой Совы

340. Лимоны одинаковой массы продают поштучно. Масса каждого лимона, выраженная в граммах, является натуральным числом. Купили больше 2, но меньше 7 лимонов. Масса всей покупки составляет 850 г. Какова масса одного лимона?

¹ Диагональю многоугольника называют отрезок, который соединяет две несоседние его вершины.

14. Треугольник и его виды

Из всех многоугольников **треугольники** имеют наименьшее количество сторон.

Треугольники можно различать по виду их углов.

Если все углы треугольника острые, то его называют **остроугольным треугольником** (рис. 117).

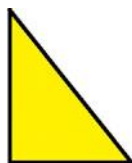
Если один из углов треугольника прямой, то его называют **прямоугольным треугольником** (рис. 118).

Если один из углов треугольника тупой, то его называют **тупоугольным треугольником** (рис. 119).



*Остроугольный
треугольник*

Рис. 117



*Прямоугольный
треугольник*

Рис. 118



*Тупоугольный
треугольник*

Рис. 119

Говорят, что мы *классифицировали* треугольники по виду их углов.

Треугольники можно классифицировать не только по виду углов, но и по количеству равных сторон.

Если две стороны треугольника равны, то его называют **равнобедренным треугольником**.

На рисунке 120 изображен равнобедренный треугольник ABC , у которого $AB = BC$. На рисунке равные стороны отмечают равным количеством черточек. Равные стороны AB и BC называют **боковыми сторонами**, а сторону AC — **основанием** равнобедренного треугольника ABC .

Если три стороны треугольника равны, то его называют **равносторонним треугольником**.

Треугольник, изображенный на рисунке 121, — **равносторонний**, у него $MN = NE = EM$.

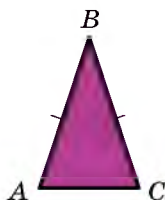


Рис. 120

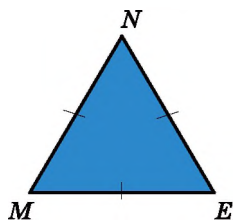


Рис. 121

Если три стороны треугольника имеют различную длину, то его называют **разносторонним треугольником**.

Треугольники, изображенные на рисунках 117–119, — разносторонние.

Если сторона равностороннего треугольника равна a , то его периметр P вычисляют по формуле

$$P = 3a$$

ПРИМЕР 1 С помощью линейки и транспортира постройте треугольник, две стороны которого равны 3 см и 2 см, а угол между ними — 50° .

Решение. С помощью транспортира построим угол A , градусная мера которого 50° (рис. 122). На сторонах этого угла от его вершины с помощью линейки отложим отрезок AB длиной 3 см и отрезок AC длиной 2 см (рис. 123). Соединив отрезком точки B и C , получим искомый треугольник ABC (рис. 124). ◀

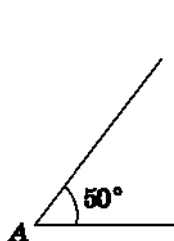


Рис. 122

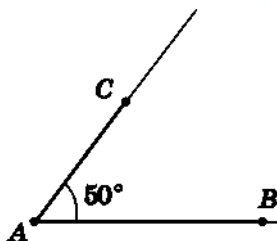


Рис. 123

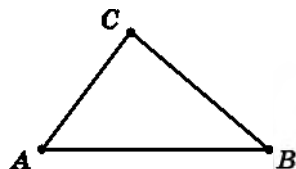


Рис. 124

ПРИМЕР 2 С помощью линейки и транспортира постройте треугольник ABC , сторона AB которого равна 3 см, а углы CAB и CBA соответственно равны 40° и 110° .

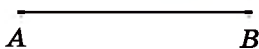


Рис. 125

Решение. С помощью линейки строим отрезок AB длиной 3 см (рис. 125). От луча AB с помощью транспортира откладываем угол с вершиной в точке A , градусная мера которого равна 40° . От луча BA в ту же сторону от прямой AB , в которую был отложен первый угол, откладываем угол с вершиной в точке B , градусная мера которого равна 110° .

(рис. 126). Найдя точку C пересечения сторон углов A и B , получим искомый треугольник ABC (рис. 127). ◀

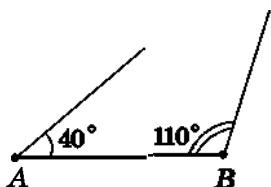


Рис. 126

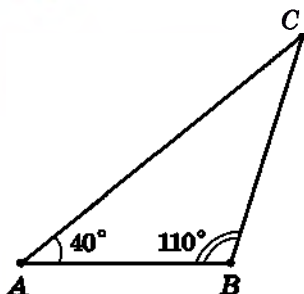


Рис. 127

1. Какие бывают виды треугольников в зависимости от вида их углов?
2. Какой треугольник называют остроугольным? прямоугольным? тупоугольным?
3. Какие бывают виды треугольников в зависимости от количества равных сторон?
4. Какой треугольник называют равнобедренным? равносторонним? разносторонним?
5. Как называют стороны равнобедренного треугольника?
6. По какой формуле вычисляют периметр равностороннего треугольника?

Решаем устно

1. Чему равен периметр восьмиугольника, каждая сторона которого равна 4 см?
2. Вычислите сумму $27 + 16 + 33 + 24$.
3. Каких чисел не хватает в цепочке вычислений?



4. На трех кустах расцвело 15 роз. Когда на одном из этих кустов распустились еще 3 розы, то на всех кустах роз стало поровну. Сколько роз было на каждом кусте вначале?

Упражнения

341.° Определите вид треугольника, изображенного на рисунке 128, в зависимости от вида его углов и количества равных сторон.

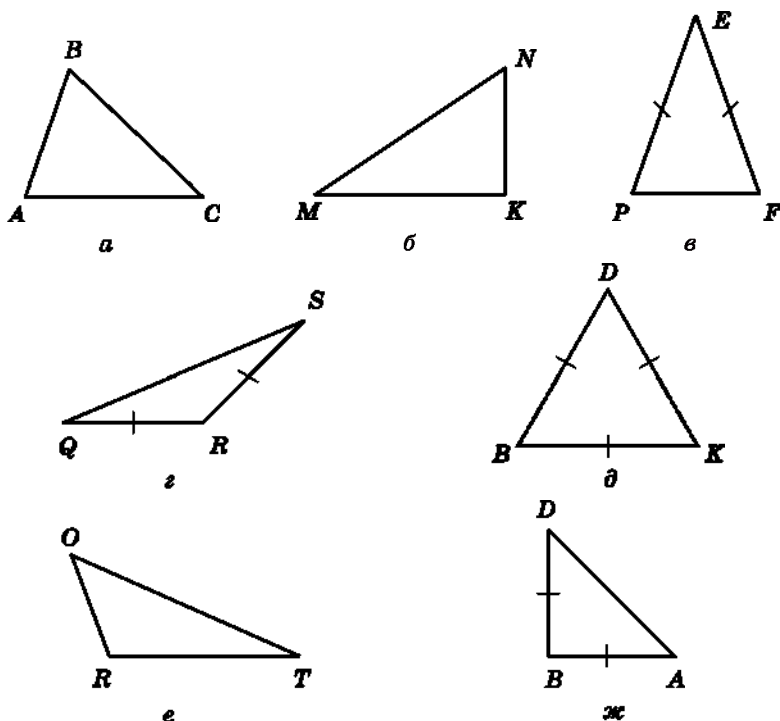


Рис. 128

342.° Начертите:

- 1) разносторонний остроугольный треугольник;
- 2) равнобедренный прямоугольный треугольник;
- 3) равнобедренный тупоугольный треугольник.

343.° Начертите:

- 1) разносторонний прямоугольный треугольник;
- 2) разносторонний тупоугольный треугольник;
- 3) равнобедренный остроугольный треугольник.

344.° Найдите периметр треугольника со сторонами 16 см, 22 см и 28 см.

345.° Найдите периметр треугольника со сторонами 14 см, 17 см и 17 см.

346.° Начертите произвольный треугольник, измерьте его стороны и углы, вычислите периметр и сумму углов этого треугольника.

- 347.* Одна сторона треугольника равна 24 см, вторая сторона на 18 см больше первой, а третья сторона в 2 раза меньше второй. Найдите периметр треугольника.
- 348.* Одна сторона треугольника равна 12 см, вторая сторона в 3 раза больше первой, а третья — на 8 см меньше второй. Найдите периметр треугольника.
- 349.* 1) Найдите периметр равнобедренного треугольника, основание которого равно 13 см, а боковая сторона — 8 см.
2) Периметр равнобедренного треугольника равен 39 см, а основание — 15 см. Найдите боковые стороны треугольника.
- 350.* Периметр равнобедренного треугольника равен 28 см, а боковая сторона — 10 см. Найдите основание треугольника.
- 351.* Периметр треугольника равен p см, одна сторона — 22 см, вторая сторона — b см. Составьте выражение для нахождения третьей стороны. Вычислите длину третьей стороны, если $p = 72$, $b = 26$.
- 352.* Периметр треугольника равен 97 см, одна сторона — a см, вторая сторона — b см. Составьте выражение для нахождения третьей стороны. Вычислите длину третьей стороны, если $a = 32$, $b = 26$.
- 353.* С помощью линейки и транспортира постройте треугольник и укажите его вид, если:
- 1) две стороны равны 3 см и 6 см, а угол между ними — 40° ;
 - 2) две стороны равны 2 см 5 мм и 5 см, а угол между ними — 130° ;
 - 3) две стороны равны по 3 см 5 мм, а угол между ними — 54° ;
 - 4) одна сторона равна 4 см, а углы, прилежащие к этой стороне, — 30° и 70° ;
 - 5) одна сторона равна 2 см 5 мм, а углы, прилежащие к этой стороне, — 100° и 20° ;
 - 6) одна сторона равна 5 см, а углы, прилежащие к этой стороне, — 30° и 60° ;
 - 7) одна сторона равна 5 см 5 мм, а углы, прилежащие к этой стороне, — по 45° ;
 - 8) одна сторона равна 5 см 5 мм, а углы, прилежащие к этой стороне, — по 60° .
- 354.* С помощью линейки и транспортира постройте треугольник и укажите его вид, если:
- 1) две стороны равны 3 см и 4 см, а угол между ними — 90° ;
 - 2) две стороны равны по 4 см 5 мм, а угол между ними — 60° ;

- 3) одна сторона равна 6 см, а углы, прилежащие к этой стороне, — 90° и 45° ;
 4) одна сторона равна 4 см 5 мм, а углы, прилежащие к этой стороне, — по 35° .
- 355.** Постройте треугольник, стороны которого содержат четыре точки, изображенные на рисунке 129.



Рис. 129

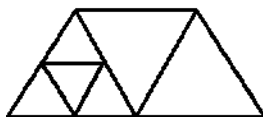


Рис. 130

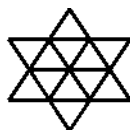


Рис. 131

356.** Сколько треугольников изображено на рисунке 130?

357.** Сколько треугольников изображено на рисунке 131?

Упражнения для повторения

358. Запишите все углы, изображенные на рисунке 132, и укажите вид каждого угла.

359. Миша делал домашнее задание по математике с 16 ч 48 мин до 17 ч 16 мин, а Дима — с 17 ч 53 мин до 18 ч 20 мин. Кто из мальчиков дольше делал задание и на сколько минут?

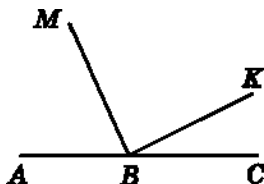


Рис. 132

360. Решите уравнение:

1) $429 + m = 2106$;

3) $(m + 326) - 569 = 674$;

2) $348 - k = 154$;

4) $5084 - (k - 299) = 568$.

361. Вместо звездочек поставьте цифры так, чтобы действие было выполнено правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad + \quad * \ 4 \ 7 \ * \ 8 \\ \quad \quad 2 \ * \ * \ 3 \ * \\ \hline \quad \quad 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad - \quad 1 \ * \ * \ * \ * \ 0 \\ \quad \quad 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ * \\ \hline \quad \quad 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \end{array}$$



Задача от Мудрой Совы

362. Каждый учащийся гимназии изучает по крайней мере один из двух иностранных языков. Английский язык изучают 328 учащихся, французский язык — 246 учащихся, а английский и французский одновременно — 109 учащихся. Сколько всего учащихся в гимназии?

15. Прямоугольник

Если в четырехугольнике все углы прямые, то его называют **прямоугольником**.

На рисунке 133 изображен прямоугольник $ABCD$.

Стороны AB и BC имеют общую вершину B . Их называют **соседними** сторонами прямоугольника $ABCD$. Также соседними являются, например, стороны BC и CD .

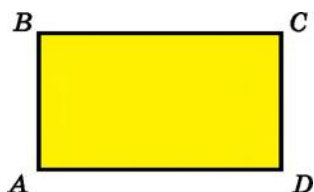


Рис. 133

Соседние стороны прямоугольника называют его **длиной** и **шириной**.

Стороны AB и CD не имеют общих вершин. Их называют **противолежащими** сторонами прямоугольника $ABCD$. Также противоположными являются стороны BC и AD .

Противолежащие стороны прямоугольника равны.

На рисунке 133 $AB = CD$, $BC = AD$.

Если соседние стороны прямоугольника равны a и b , то его периметр P вычисляют по уже знакомой вам формуле

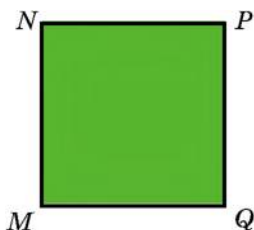


Рис. 134

$$P = 2a + 2b$$

Прямоугольник, у которого все стороны равны, называют квадратом (рис. 134).

Если сторона квадрата равна a , то его периметр P вычисляют по формуле

$$P = 4a$$

1. Какой четырехугольник называют прямоугольником?
2. Какие стороны прямоугольника называют соседними? противоположными?
3. Что называют длиной и шириной прямоугольника?
4. Каким свойством обладают противоположные стороны прямоугольника?
5. Какую фигуру называют квадратом?
6. По какой формуле вычисляют периметр прямоугольника?
7. По какой формуле вычисляют периметр квадрата?

Решаем устно

1. Одно из слагаемых увеличили на 19. Как надо изменить второе слагаемое, чтобы сумма не изменилась?
2. Вычитаемое уменьшили на 47. Как надо изменить уменьшаемое, чтобы разность не изменилась?
3. Уменьшаемое увеличили на 26. Как надо изменить вычитаемое, чтобы разность не изменилась?
4. Каждая сторона треугольника равна 12 см. Как называют такой треугольник? Чему равен его периметр?
5. Периметр равнобедренного треугольника равен 32 см, а одна из его сторон — 12 см. Найдите длины двух других сторон треугольника. Сколько решений имеет задача?
6. Найдите сторону равностороннего треугольника, если она меньше его периметра на 10 см.
7. Вычислите значение y по формуле $y = x \cdot x + 12$, если: 1) $x = 1$; 2) $x = 10$.

Упражнения

- 363.° Постройте: 1) прямоугольник, стороны которого равны 4 см и 2 см; 2) квадрат со стороной 3 см.
- 364.° Постройте прямоугольник, стороны которого равны 25 мм и 35 мм.
- 365.° Вычислите периметр:
1) прямоугольника, стороны которого равны 42 см и 23 см;
2) квадрата со стороной 8 дм.
- 366.° Найдите периметр прямоугольника, стороны которого равны 13 мм и 17 мм.
- 367.° Длина одной из сторон прямоугольника равна 14 см, что на 5 см больше длины другой стороны. Найдите периметр прямоугольника.
- 368.° Периметр прямоугольника равен 34 см, а одна из его сторон — 12 см. Найдите длину соседней стороны прямоугольника.
- 369.° Одна сторона прямоугольника равна 8 см, а соседняя — в 4 раза больше. Найдите периметр прямоугольника.
- 370.° Квадрат со стороной 12 см и прямоугольник, одна из сторон которого равна 8 см, имеют равные периметры. Найдите неизвестную сторону прямоугольника.
- 371.° Прямоугольник, соседние стороны которого равны 42 см и 14 см, и квадрат имеют равные периметры. Найдите сторону квадрата.

372.* Парк имеет форму прямоугольника, соседние стороны которого равны 460 м и 240 м. Вокруг парка установлена ограда, а в парке на расстоянии 2 м от ограды вдоль нее проложена беговая дорожка, также имеющая форму прямоугольника. Петя, придерживающийся здорового образа жизни, каждое утро до начала уроков бежит по этой дорожке, дважды оббегая парк. Какое расстояние пробегает Петя?



373.* В спортивном зале надо разметить разными цветами баскетбольную и волейбольную площадки, имеющие форму прямоугольников. Соседние стороны баскетбольной площадки равны 26 м и 14 м, а волейбольной — 18 м и 9 м. Чтобы провести линию длиной 1 м, требуется 50 г краски. Сколько потребуется краски, чтобы обвести линиями контуры обеих площадок?

374.** Сколько квадратов изображено на рисунке 135?

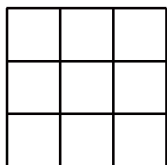


Рис. 135

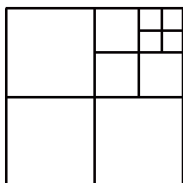


Рис. 136

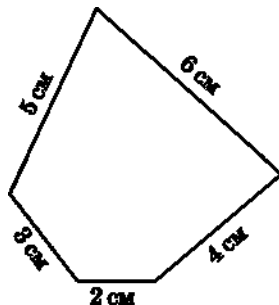


Рис. 137

375.** Сколько квадратов изображено на рисунке 136?

376.** Из куса проволоки сделали модель пятиугольника (рис. 137). Какие из моделей перечисленных фигур, длины сторон которых,

выраженные в сантиметрах, являются натуральными числами, можно сделать из этого куска проволоки: 1) квадрат; 2) пятиугольник, все стороны которого равны; 3) равносторонний треугольник?

- 377.* Прямоугольник $ABCD$ разрезали на квадраты так, как показано на рисунке 138. Сторона наименьшего квадрата равна 4 см. Найдите длины сторон прямоугольника $ABCD$.

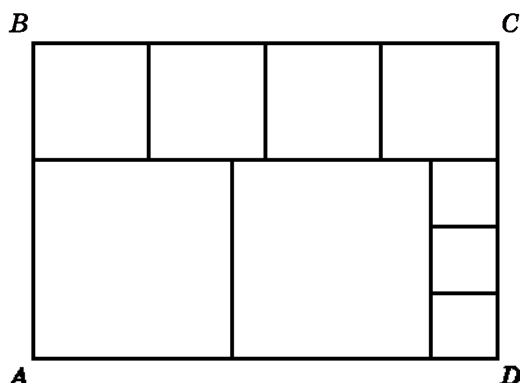


Рис. 138

- 378.* Начертите прямоугольник, соседние стороны которого равны 3 см и 6 см. Разделите его на три равных прямоугольника. Вычислите периметр каждого из полученных прямоугольников. Сколько решений имеет задача?
- 379.* Существует ли среди прямоугольников с периметром 12 см такой, который можно разделить на два равных квадрата? В случае утвердительного ответа выполните рисунок и вычислите периметр каждого из полученных квадратов.
- 380.* Как надо разрезать квадрат на четыре равные части, чтобы из них можно было составить два квадрата?
- 381.* Как надо разрезать равнобедренный прямоугольный треугольник на четыре равные части, чтобы из них можно было сложить квадрат?
- 382.* Как надо разрезать прямоугольник со сторонами 8 см и 4 см на четыре части, чтобы из них можно было сложить квадрат?
- 383.* Как надо разрезать квадрат на треугольник и четырехугольник, чтобы из них можно было сложить треугольник?
- 384.* Как надо разрезать квадрат со стороной 6 см на две части по ломаной, состоящей из трех звеньев, чтобы из полученных частей можно было сложить прямоугольник?

Упражнения для повторения

- 385.** Проведите прямую MK , луч PS и отрезок AB так, чтобы луч PS пересекал отрезок AB и прямую MK , а прямая MK не пересекала отрезок AB .
- 386.** В магазине имеются лимоны, апельсины и мандарины, общая масса которых равна 740 кг. Если бы продали 55 кг лимонов, 36 кг апельсинов и 34 кг мандаринов, то массы оставшихся лимонов, апельсинов и мандаринов оказались бы равными. Сколько килограммов фруктов каждого вида есть в магазине?
- 387.** От городского дома, в котором живет семья Петренко, до их дачи можно доехать или на автобусе, или на электричке, или на маршрутном такси. В таблице приведено время, которое надо затратить на каждый участок пути. За какое наименьшее время семья Петренко может доехать до дачи? Каким видом транспорта они должны при этом воспользоваться?

Вид транспорта	Время на дорогу от дома до остановки транспорта	Время на проезд в транспорте	Время на дорогу от остановки транспорта до дачи
Автобус	10 мин	1 ч 15 мин	5 мин
Электричка	8 мин	56 мин	10 мин
Маршрутное такси	7 мин	1 ч 5 мин	8 мин

- 388.** Найдите сумму корней уравнений:
- $(x - 18) - 73 = 39$ и $24 + (y - 52) = 81$;
 - $(65 - x) + 14 = 51$ и $(y + 16) + 37 = 284$.

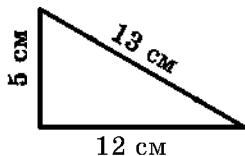
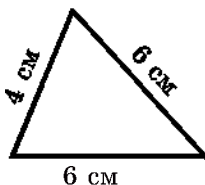
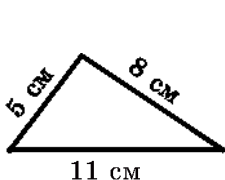
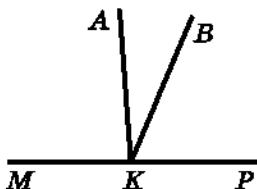


Задача от Мудрой Совы

- 389.** Как с помощью пятилитрового бидона и трехлитровой банки набрать на берегу реки 4 л воды?

ЗАДАНИЕ № 2 «ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ» В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

- Чему равна разность $738\,621 - 239\,507$?
А) 499 114 Б) 498 104 В) 489 014 Г) 488 124
- Чему равна сумма 2 ч 36 мин + 6 ч 48 мин?
А) 9 ч 34 мин Б) 8 ч 14 мин В) 9 ч 24 мин Г) 8 ч 24 мин
- В виде какого равенства можно записать, что число m на 18 меньше числа n ?
А) $m - n = 19$ Б) $n - m = 18$ В) $m + n = 18$ Г) $m = n + 18$
- Чему равен корень уравнения $(x - 63) + 105 = 175$?
А) 133 Б) 7 В) 343 Г) 217
- Укажите верное утверждение.
А) угол, который больше острого угла, — тупой
Б) угол, который меньше тупого угла, — прямой
В) любой острый угол меньше тупого угла
Г) угол, который больше прямого угла, — развернутый
- Из вершины развернутого угла MKP , изображенного на рисунке, проведены лучи KA и KB так, что $\angle MKB = 115^\circ$, $\angle AKP = 94^\circ$. Вычислите градусную меру угла AKB .
А) 21° Б) 27° В) 29° Г) 32°
- Найдите периметр треугольника, который является равнобедренным.



- А) 24 см Б) 16 см В) 30 см Г) 20 см
- Одна сторона прямоугольника равна 8 см, а соседняя — на 7 см больше. Чему равен периметр прямоугольника?
А) 15 см Б) 30 см В) 23 см Г) 46 см
 - На выполнение домашнего задания ученик затратил 2 ч 15 мин. При этом задания по русскому языку и математике он выполнял по 40 мин, задание по истории — 25 мин, а задание по английскому языку — в оставшееся время. Сколько времени ушло на выполнение домашнего задания по английскому языку?
А) 40 мин Б) 35 мин В) 25 мин Г) 30 мин

10. Квадрат со стороной 12 см и прямоугольник, одна из сторон которого равна 10 см, имеют равные периметры. Чему равна неизвестная сторона прямоугольника?

- А) 8 см Б) 26 см В) 2 см Г) 14 см

11. При каком значении a верно равенство $a + a = a - a$?

- А) при любом значении a В) при $a = 0$
Б) такого значения a не существует Г) при $a = 1$

12. Класс, в котором 30 учащихся, пришел на экскурсию в музей. Входной билет для одного учащегося стоит a грн, а за сопровождение группы экскурсоводом надо заплатить дополнительно 50 грн. Укажите формулу для вычисления общей стоимости b экскурсии.

- А) $b = a + 50$ В) $b = 30(a + 50)$
Б) $b = 30a + 50$ Г) $b = 50a + 30$

ГЛАВНОЕ В ПАРАГРАФЕ 2

Свойства сложения

Переместительное свойство: $a + b = b + a$

Сочетательное свойство: $(a + b) + c = a + (b + c)$

Корень уравнения

Корнем (решением) уравнения называют число, которое при подстановке его вместо буквы обращает уравнение в верное числовое равенство.

Решение уравнений

Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что их вообще нет.

Угол

Фигуру, образованную двумя лучами, имеющими общее начало, называют углом.

Равные фигуры

Две фигуры называют равными, если они совмещаются при наложении.

Биссектриса угла

Луч, который делит угол на два равных угла, называют биссектрисой угла.

Свойство величины угла

Если между сторонами угла ABC провести луч BD , то градусная мера угла ABC равна сумме градусных мер углов ABD и DBC , то есть $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$.

Развернутый угол

Угол, стороны которого образуют прямую, называют развернутым. Градусная мера развернутого угла равна 180° .

Прямой угол

Угол, градусная мера которого равна 90° , называют прямым.

Острый угол

Угол, градусная мера которого меньше 90° , называют острым.

Тупой угол

Угол, градусная мера которого больше 90° , но меньше 180° , называют тупым.

Остроугольный треугольник

Если все углы треугольника острые, то его называют остроугольным треугольником.

Прямоугольный треугольник

Если один из углов треугольника прямой, то его называют прямоугольным треугольником.

Тупоугольный треугольник

Если один из углов треугольника тупой, то его называют тупоугольным треугольником.

Равнобедренный треугольник

Если две стороны треугольника равны, то его называют равнобедренным треугольником.

Равносторонний треугольник

Если три стороны треугольника равны, то его называют равносторонним треугольником.

Разносторонний треугольник

Если три стороны треугольника имеют различную длину, то его называют разносторонним треугольником.

Прямоугольник

Если в четырехугольнике все углы прямые, то его называют прямоугольником.

Свойство прямоугольника

Противоположащие стороны прямоугольника равны.

Квадрат

Прямоугольник, у которого все стороны равны, называют квадратом.

§ 3. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

16. Умножение.

Переместительное свойство умножения

Начертим на листке в клетку прямоугольник со сторонами 5 см и 3 см. Разобьем его на квадраты со стороной 1 см (рис. 139). Как подсчитать количество этих квадратов?

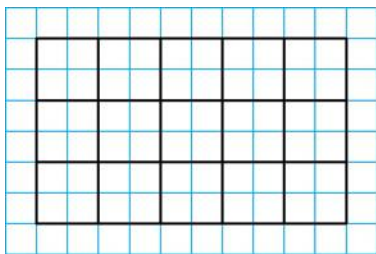


Рис. 139

Можно, например, рассуждать так. Прямоугольник разделен на три ряда, в каждом из которых пять квадратов. Поэтому искомое число равно $5 + 5 + 5 = 15$. В левой части записанного равенства стоит сумма равных слагаемых. Как вы знаете, такую сумму записывают короче: $5 \cdot 3$. Значит, $5 \cdot 3 = 15$.

В равенстве $a \cdot b = c$ числа a и b называют **множителями**, а число c и запись $a \cdot b$ — **произведением**.

Можно записать, что $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$.

Аналогично:

$$\begin{aligned}3 \cdot 5 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3; \\7 \cdot 4 &= 7 + 7 + 7 + 7; \\1 \cdot 6 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; \\0 \cdot 5 &= 0 + 0 + 0 + 0 + 0.\end{aligned}$$

В буквенном виде записывают так:

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ слагаемых}}.$$

Произведением числа a на натуральное число b , не равное 1, называют сумму, состоящую из b слагаемых, каждое из которых равно a .

А если $b = 1$? Тогда придется рассматривать сумму, состоящую из одного слагаемого, а это в математике не принято.

Поэтому договорились, что

$$a \cdot 1 = a$$

Если $b = 0$, то договорились считать, что

$$a \cdot 0 = 0$$

В частности,

$$0 \cdot 0 = 0$$

Рассмотрим произведения $1 \cdot a$ и $0 \cdot a$, где a — натуральное число, отличное от 1.

$$\text{Имеем: } 1 \cdot a = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{a \text{ слагаемых}} = a,$$

$$0 \cdot a = \underbrace{0+0+0+\dots+0}_{a \text{ слагаемых}} = 0.$$

Теперь можно сделать следующие выводы.

Если один из двух множителей равен 1, то произведение равно другому множителю:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

Произведение двух чисел, отличных от нуля, нулем быть не может.

Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

Количество квадратов на рисунке 139 мы подсчитали так: $5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 = 15$. Однако этот подсчет можно было сделать и другим способом. Прямоугольник разделен на пять столбцов, в каждом из которых три квадрата. Поэтому искомое число квадратов равно:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 5 = 15.$$

Подсчет квадратов на рисунке 139 двумя способами иллюстрирует **переместительное свойство умножения**:

от перестановки множителей произведение не меняется.

Решение. 1) $14 + 4 = 18$ (км) — на столько увеличивается расстояние между всадником и пешеходом каждый час.

2) $18 \cdot 4 = 72$ (км) — расстояние между всадником и пешеходом через 4 ч.

Ответ: 72 км. ◀

ПРИМЕР 4 От двух пристаней одновременно навстречу друг другу отошли два катера, которые встретились через 5 ч после начала движения. Один из катеров шел со скоростью 28 км/ч, а второй — со скоростью 36 км/ч. Найдите расстояние между пристанями.

Решение. 1) $28 + 36 = 64$ (км) — на столько сближались катера каждый час.

2) $64 \cdot 5 = 320$ (км) — расстояние между пристанями.

Ответ: 320 км. ◀



1. Что называют произведением числа a на натуральное число b , не равное 1?
2. Как в равенстве $a \cdot b = c$ называют число a ? число b ? число c ? запись $a \cdot b$?
3. Чему равно произведение двух множителей, один из которых равен 1?
4. Чему равно произведение двух множителей, один из которых равен 0?
5. В каком случае произведение может быть равным нулю?
6. Сформулируйте переместительное свойство умножения.
7. Как записывают в буквенном виде переместительное свойство умножения?

Решаем устно

1. Чему равна сумма:

1) $20 + 20 + 20$; 2) $12 + 12 + 12 + 12$; 3) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$?

2. Вычислите:

1) $6 + 4 \cdot 3 - 2$;

3) $6 + 4 \cdot (3 - 2)$;

2) $(6 + 4) \cdot 3 - 2$;

4) $(6 + 4) \cdot (3 - 2)$.

3. Найдите произведение чисел 14 и 6.
4. Увеличьте число 18 в 3 раза.
5. Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника, если его периметр на 12 см больше основания.
6. Определите вид треугольника, две стороны которого равны 8 см и 12 см, а периметр — 28 см.
7. Найдите периметр квадрата, если он больше его стороны на 18 см.
8. Существует ли такое значение a , при котором верно равенство:
 - 1) $a \cdot 5 = a$;
 - 2) $a \cdot 1 = a$;
 - 3) $a \cdot a = a$;
 - 4) $0 \cdot a = a$?

Упражнения

390.° Запишите сумму в виде произведения:

- 1) $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$; 4) $\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{101 \text{ слагаемое}}$;
2) $9 + 9 + 9 + 9 + 9$; 5) $\underbrace{5 + 5 + \dots + 5}_m$ слагаемых;
3) $n + n + n + n + n + n + n$; 6) $\underbrace{m + m + \dots + m}_k$ слагаемых.

391.° Выполните умножение:

- 1) $516 \cdot 32$; 4) $314 \cdot 258$; 7) $626 \cdot 480$;
2) $418 \cdot 46$; 5) $133 \cdot 908$; 8) $1234 \cdot 567$;
3) $4519 \cdot 52$; 6) $215 \cdot 204$; 9) $2984 \cdot 4006$.

392.° Выполните умножение:

- 1) $706 \cdot 53$; 4) $591 \cdot 289$; 7) $934 \cdot 260$;
2) $304 \cdot 29$; 5) $465 \cdot 506$; 8) $2468 \cdot 359$;
3) $5245 \cdot 67$; 6) $328 \cdot 406$; 9) $1234 \cdot 2007$.

393.° Вычислите:

- 1) $704 \cdot 69 + 1424$; 5) $(294 + 16) \cdot (348 - 279)$;
2) $412 \cdot 42 - 7304$; 6) $294 + 16 \cdot 348 - 279$;
3) $(938 - 543) \cdot 34$; 7) $(294 + 16) \cdot 348 - 279$;
4) $85 \cdot (870 - 567)$; 8) $294 + 16 \cdot (348 - 279)$.

394.° Вычислите:

- 1) $603 \cdot 84 + 2536$; 3) $64 \cdot 96 - 77$;
2) $318 \cdot 56 - 5967$; 4) $64 \cdot (96 - 77)$.

395.° Вычислите значение выражения:

- 1) $17x + 432$, если $x = 58$; 2) $(739 - x) \cdot y$, если $x = 554$, $y = 4900$.

396.° Вычислите значение выражения:

- 1) $976 - 24x$, если $x = 36$; 2) $x \cdot 63 - y$, если $x = 367$, $y = 19\,742$.

397.° Выполните умножение:

- 1) $693 \cdot 100$; 3) $540 \cdot 20$; 5) $760 \cdot 350$;
2) $974 \cdot 1000$; 4) $120 \cdot 400$; 6) $460 \cdot 1800$.

398.° Выполните умножение:

- 1) $214 \cdot 10$; 3) $10\,000 \cdot 546$; 5) $580 \cdot 240$;
2) $100 \cdot 328$; 4) $140 \cdot 80$; 6) $270 \cdot 3000$.

399.° Для нормального функционирования организма человек ежедневно должен получать 500 мг витамина С. Курение одной сигареты разрушает 25 мг витамина С. Сколько миллиграммов этого витамина крадет у себя тот, кто курит 12 сигарет в день? Сколько миллиграммов витамина С будет поступать в его организм, если он будет потреблять витамин согласно норме?

- 400.° Готовясь к школе, Буратино купил 34 тетради по 12 сольдо и 18 тетрадей по 16 сольдо. Сколько сольдо заплатил Буратино за все тетради?
- 401.° На ферме 78 коров, каждая из которых дает в день 12 л молока. Молоко с фермы вывозят в бидонах емкостью 40 л. Однажды на ферме был 21 пустой бидон. Хватит ли бидонов, чтобы вывезти с фермы молоко, которое надоили за этот день?
- 402.° Кот Матроскин продал 42 л молока по 96 к. за литр и 16 кг творога по 2 грн за килограмм. Сколько денег выручил Матроскин за свой товар?
- 403.° За пять месяцев (с мая по сентябрь) один тополь поглощает 44 кг углекислого газа, а один дуб — 28 кг. На сколько больше килограммов углекислого газа поглощают за этот период 40 тополей, чем 40 дубов?



Бульвар Т. Г. Шевченко в г. Киеве

- 404.° Отправившись в поход, Барвинок 14 ч плыл по реке на лодке со скоростью 8 км/ч и шел пешком 23 ч со скоростью 4 км/ч. Какой путь, по реке или по суше, был длиннее и на сколько километров?
- 405.° Ивасик-Телесик плыл на моторной лодке 5 ч по реке со скоростью 27 км/ч и 7 ч по озеру со скоростью 21 км/ч. Какой путь, по реке или по озеру, был длиннее и на сколько километров?
- 406.* Найдите значение выражения:
- 1) $(318 \cdot 207 - 64\,934) \cdot 276 + 604 \cdot 88$;
 - 2) $869 \cdot (61\,124 - 488 \cdot 125) - 509 \cdot 74$.
- 407.* Найдите значение выражения:
- 1) $(214 \cdot 104 + 7544) \cdot 35 - 508 \cdot 722$;
 - 2) $647 \cdot (36\,900 - 255 \cdot 144) - 318 \cdot 92$.

- 408.* Из одного порта в другой одновременно отправились теплоход и катер. Скорость теплохода равна 28 км/ч, а скорость катера — 36 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 5 ч после начала движения?
- 409.* Из одного села в одном направлении выехали одновременно два велосипедиста. Один из них едет со скоростью 12 км/ч, а второй — со скоростью 9 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 6 ч после начала движения?
- 410.* С одной станции в противоположных направлениях одновременно отправились два поезда. Один из них идет со скоростью 64 км/ч, а второй — со скоростью 57 км/ч. Каким будет расстояние между ними через 9 ч после начала движения?
- 411.* Из одного города в противоположных направлениях выехали одновременно два автомобиля. Скорость одного из них равна 74 км/ч, что на 8 км/ч больше, чем скорость другого. Какое расстояние будет между ними через 7 ч после начала движения?
- 412.* Из городов Конотоп и Смела одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист и легковой автомобиль. Велосипедист ехал со скоростью 11 км/ч, а автомобиль — в 7 раз быстрее. Найдите расстояние между этими городами, если велосипедист и автомобиль встретились через 4 ч после начала движения.
- 413.* Из двух сел одновременно навстречу друг другу отправились велосипедист и пешеход. Пешеход шел со скоростью 3 км/ч, что в 4 раза меньше скорости велосипедиста. Найдите расстояние между селами, если велосипедист и пешеход встретились через 3 ч после начала движения.
- 414.* Всегда ли произведение двух натуральных чисел больше, чем их сумма?
- 415.* Как изменится произведение двух натуральных чисел, если:
- 1) один из множителей увеличить в 8 раз;
 - 2) один из множителей уменьшить в 5 раз;
 - 3) каждый множитель увеличить в 6 раз;
 - 4) один множитель увеличить в 13 раз, а второй — в 40 раз;
 - 5) один множитель увеличить в 12 раз, а второй уменьшить в 3 раза?
- 416.* Из двух хуторов, расстояние между которыми равно 3 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода. Один из них шел со скоростью 5 км/ч, а второй — со скоростью 4 км/ч. Каким будет расстояние между пешеходами через 2 ч после начала движения?

417.** Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы умножение было выполнено правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times 43 \\ \quad 2* \\ \hline + 3*4 \\ \quad 8* \\ \hline 12*4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times 52 \\ \quad ** \\ \hline + 1** \\ \quad **8 \\ \hline **8* \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \times *8 \\ \quad * \\ \hline 8** \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \times 6* \\ \quad *** \\ \hline + ** \\ \quad ** \\ \hline ***6 \end{array}$$

418.** Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы умножение было выполнено правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times *7 \\ \quad 6* \\ \hline + 51* \\ \quad *** \\ \hline ***3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times 74 \\ \quad ** \\ \hline + *1* \\ \quad ** \\ \hline ***8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times 52 \\ \quad ** \\ \hline + ** \\ \quad ** \\ \hline *** \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \times *** \\ \quad *2 \\ \hline + *08 \\ \quad *6* \\ \hline *12* \end{array}$$

419.** Сумма и произведение четырех натуральных чисел равны 8. Что это за числа?

420.* В записи $1 * 2 * 3 * 4 * 5$ замените звездочки знаком «+» или знаком «·» и расставьте скобки так, чтобы значение полученного выражения было равно 100.

421.* В записи $1 * 2 * 3 * 4$ вместо каждой звездочки можно поставить знак «+» или знак «·». Чему равно наибольшее значение выражения, которое можно получить?

Упражнения для повторения

422. Найдите величину угла ABM (рис. 140), если угол MBK прямой и $\angle ABM = \angle CBK$.

423. Угол ABC равен 72° , луч BD — биссектриса угла ABC , луч BE — биссектриса угла ABD . Вычислите величину угла CBE .

424. По формуле $a = b : 4 - 6$ найдите значение a , если: 1) $b = 600$; 2) $b = 64$; 3) $b = 24$.

425. Сумма длин первой и второй сторон треугольника равна 33 см, первой и третьей — 39 см, второй и третьей — 42 см. Найдите периметр треугольника.

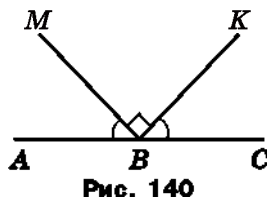


Рис. 140



Задача от Мудрой Совы

426. 1) Сложите из 10 спичек три квадрата.
2) Сложите из 19 спичек шесть квадратов.
3) Какие четыре спички надо убрать (рис. 141), чтобы осталось пять квадратов?



Рис. 141

17. Сочетательное и распределительное свойства умножения

Начертим на листке в клетку прямоугольник со сторонами 5 см и 3 см. Разобьем его на квадраты со стороной 1 см (рис. 142). Подсчитаем количество клеток, расположенных в прямоугольнике. Это можно сделать, например, таким способом.

Количество квадратов со стороной 1 см равно $5 \cdot 3$. Каждый такой квадрат состоит из 4 клеток. Поэтому общее количество клеток равно $(5 \cdot 3) \cdot 4$.

Эту задачу можно решить иначе. Каждый из пяти столбцов, на которые разделен прямоугольник, состоит из трех квадратов со стороной 1 см. Поэтому в одном столбце находится $3 \cdot 4$ клеток. Следовательно, всего клеток будет $5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Подсчет квадратов на рисунке 142 двумя способами иллюстрирует **сочетательное свойство умножения** для чисел 5, 3 и 4. Имеем: $(5 \cdot 3) \cdot 4 = 5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел.

В буквенном виде это свойство записывают так:

$$(ab)c = a(bc)$$

Из переместительного и сочетательного свойств умножения следует, что *при умножении нескольких чисел множители можно менять местами и заключать в скобки, тем самым определяя порядок вычислений*.

Например, верны равенства:

$$abc = cba,$$

$$17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = (17 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5).$$

На рисунке 143 отрезок AB делит прямоугольник, рассмотренный выше, на прямоугольник и квадрат.

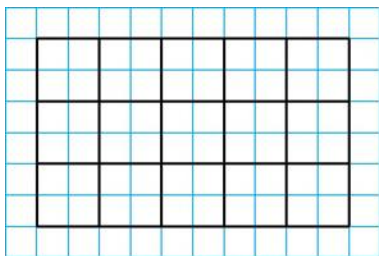


Рис. 142

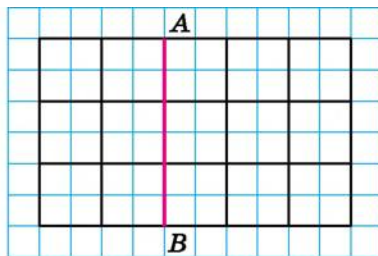


Рис. 143

Подсчитаем количество квадратов со стороной 1 см двумя способами.

С одной стороны, в образовавшемся квадрате их находится $3 \cdot 3$, а в прямоугольнике — $3 \cdot 2$. Всего имеем $3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ квадратов. С другой стороны, в каждой из трех строчек, на которые разделен данный прямоугольник, содержится $3 + 2$ квадрата. Тогда их общее количество равно $3 \cdot (3 + 2)$.

Равенство $3 \cdot (3 + 2) = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ иллюстрирует **распределительное свойство умножения относительно сложения**.

Чтобы число умножить на сумму двух чисел, можно это число умножить на каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

В буквенном виде это свойство записывают так:

$$a(b + c) = ab + ac$$

Из распределительного свойства умножения относительно сложения следует, что

$$ab + ac = a(b + c).$$

Эта равенство позволяет формулу $P = 2a + 2b$ для нахождения периметра прямоугольника записать в таком виде:

$$P = 2(a + b).$$

Заметим, что распределительное свойство справедливо для трех и более слагаемых. Например:

$$a(m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

Также справедливо **распределительное свойство умножения относительно вычитания**: если $b > c$ или $b = c$, то

$$a(b - c) = ab - ac$$

ПРИМЕР 1 Вычислите удобным способом:

1) $25 \cdot 867 \cdot 4$;

2) $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246$.

Решение. 1) Используем переместительное, а затем сочетательное свойства умножения:

$$25 \cdot 867 \cdot 4 = 867 \cdot (25 \cdot 4) = 867 \cdot 100 = 86\,700.$$

2) Имеем: $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246 = 329 \cdot (754 + 246) = 329 \cdot 1000 = 329\,000$. 

ПРИМЕР 2 Упростите выражение: 1) $4a \cdot 3b$; 2) $18m - 13m$.

Решение. 1) Используя переместительное и сочетательное свойства умножения, получаем:

$$4a \cdot 3b = (4 \cdot 3) \cdot ab = 12ab.$$

2) Используя распределительное свойство умножения относительно вычитания, получаем:

$$18m - 13m = m(18 - 13) = m \cdot 5 = 5m. \quad \blacktriangleleft$$

ПРИМЕР 3 Запишите выражение $5(2m + 7)$ так, чтобы оно не содержало скобок.

Решение. Согласно распределительному свойству умножения относительно сложения имеем:

$$5(2m + 7) = 5 \cdot 2m + 5 \cdot 7 = 10m + 35. \quad \blacktriangleleft$$

Такое преобразование называют **раскрытием скобок**.

ПРИМЕР 4 Вычислите удобным способом значение выражения $125 \cdot 24 \cdot 283$.

Решение. Имеем:

$$\begin{aligned} 125 \cdot 24 \cdot 283 &= 125 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 283 = \\ &= (125 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 283) = 1000 \cdot 849 = 849\,000. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

ПРИМЕР 5 Выполните умножение: $3 \text{ сут } 18 \text{ ч} \cdot 6$.

Решение. Имеем:

$$3 \text{ сут } 18 \text{ ч} \cdot 6 = 18 \text{ сут } 108 \text{ ч} = 22 \text{ сут } 12 \text{ ч}. \quad \blacktriangleleft$$

При решении примера было использовано распределительное свойство умножения относительно сложения:

$$\begin{aligned} 3 \text{ сут } 18 \text{ ч} \cdot 6 &= (3 \text{ сут} + 18 \text{ ч}) \cdot 6 = 3 \text{ сут} \cdot 6 + 18 \text{ ч} \cdot 6 = \\ &= 18 \text{ сут} + 108 \text{ ч} = 18 \text{ сут} + 96 \text{ ч} + 12 \text{ ч} = \\ &= 18 \text{ сут} + 4 \text{ сут} + 12 \text{ ч} = 22 \text{ сут } 12 \text{ ч}. \end{aligned}$$

1. Сформулируйте сочетательное свойство умножения.
2. Как записывают в буквенном виде сочетательное свойство умножения?
3. Сформулируйте распределительное свойство умножения относительно сложения.
4. Как записывают в буквенном виде распределительное свойство умножения относительно сложения? вычитания?

Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Произведение чисел 3 и 8 умножьте на 100.
3. Число 3 умножьте на произведение чисел 8 и 100.
4. Найдите произведение суммы чисел 8 и 7 и числа 6.

5. Найдите сумму произведений чисел 8 и 6 и чисел 7 и 6.
6. Можно ли представить число 6 в виде произведения 100 множителей?
7. В инкубаторе было 1000 яиц. Из каждых 100 яиц вылупилось 95 цыплят. Сколько всего вылупилось цыплят?

Упражнения

427.° Вычислите удобным способом:

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $2 \cdot 328 \cdot 5$; | 3) $25 \cdot 243 \cdot 4$; | 5) $50 \cdot 236 \cdot 2$; |
| 2) $125 \cdot 43 \cdot 8$; | 4) $4 \cdot 36 \cdot 5$; | 6) $250 \cdot 3 \cdot 4$. |

428.° Вычислите удобным способом:

- | | | |
|----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $4 \cdot 17 \cdot 25$; | 3) $8 \cdot 475 \cdot 125$; | 5) $2 \cdot 916 \cdot 50$; |
| 2) $5 \cdot 673 \cdot 2$; | 4) $73 \cdot 5 \cdot 4$; | 6) $5 \cdot 9 \cdot 200$. |

429.° Упростите выражение:

- | | | |
|--------------------|---------------------------|---|
| 1) $13 \cdot 2a$; | 4) $28 \cdot y \cdot 5$; | 7) $27m \cdot 3n$; |
| 2) $9x \cdot 8$; | 5) $6a \cdot 8b$; | 8) $4a \cdot 8 \cdot b \cdot 3 \cdot c$; |
| 3) $23 \cdot 4b$; | 6) $11x \cdot 14y$; | 9) $12x \cdot 3y \cdot 5z$. |

430.° Упростите выражение:

- | | | |
|--------------------|---------------------|------------------------------|
| 1) $12 \cdot 3x$; | 3) $5a \cdot 7b$; | 5) $2a \cdot 3b \cdot 4c$; |
| 2) $10x \cdot 6$; | 4) $8m \cdot 12n$; | 6) $5x \cdot 2y \cdot 10z$. |

431.° Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1) $318 \cdot 78 + 318 \cdot 22$; | 3) $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$; |
| 2) $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$; | 4) $65 \cdot 246 - 65 \cdot 229 - 65 \cdot 17$. |

432.° Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1) $47 \cdot 632 + 632 \cdot 53$; | 3) $754 \cdot 324 - 754 \cdot 314$; |
| 2) $598 \cdot 49 - 597 \cdot 49$; | 4) $37 \cdot 46 - 18 \cdot 37 + 37 \cdot 72$. |

433.° Раскройте скобки:

- | | | |
|------------------|-------------------------|----------------------------------|
| 1) $2(a + 5)$; | 4) $(c - 9) \cdot 11$; | 7) $7(6a + 8b)$; |
| 2) $8(7 - x)$; | 5) $(8 + y) \cdot 16$; | 8) $10(2m - 3n + 4k)$; |
| 3) $12(x + y)$; | 6) $15(4a - 3)$; | 9) $(24x + 17y - 36z) \cdot 4$. |

434.° Раскройте скобки:

- | | | |
|-----------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $4(a + 2)$; | 3) $(p - q) \cdot 9$; | 5) $5(2m - 1)$; |
| 2) $3(m - 5)$; | 4) $12(a + b)$; | 6) $(3c + 5d) \cdot 14$. |

435.° Упростите выражение:

- | | | |
|------------------|----------------|-----------------------|
| 1) $6a + 8a$; | 3) $m + 29m$; | 5) $4x + 13x + 15x$; |
| 2) $28c - 15c$; | 4) $98p - p$; | 6) $67z - 18z + 37$. |

436.° Упростите выражение:

- | | | |
|------------------|-----------------|------------------------|
| 1) $13b + 19b$; | 3) $34n + n$; | 5) $36y - 19y + 23y$; |
| 2) $44d - 37d$; | 4) $127q - q$; | 6) $49a + 21a + 30$. |

- 437.* Упростите выражение и найдите его значение:
1) $25x \cdot 4y$, если $x = 12$, $y = 11$;
2) $8k \cdot 125c$, если $k = 58$, $c = 8$.
- 438.* Упростите выражение и найдите его значение:
1) $5a \cdot 20b$, если $a = 4$, $b = 68$;
2) $4m \cdot 50n$, если $m = 22$, $n = 34$.
- 439.* Вычислите наиболее удобным способом значение выражения:
1) $398 \cdot 36 + 36b$, если $b = 602$;
2) $986b - 86 \cdot 83$, если $b = 83$.
- 440.* Вычислите наиболее удобным способом значение выражения:
1) $631 \cdot 18 + x \cdot 369$, если $x = 18$;
2) $58a - 58 \cdot 824$, если $a = 1024$.
- 441.* Упростите выражение и вычислите его значение:
1) $13p + 37p$, если $p = 14$;
2) $72b - 43b$, если $b = 54$;
3) $38x + 17x - 54x + x$, если $x = 678$;
4) $86c - 35c - c + 296$, если $c = 47$.
- 442.* Упростите выражение и вычислите его значение:
1) $34x + 66x$, если $x = 8$;
2) $54a - 39a$, если $a = 26$;
3) $18m - 5m + 7m$, если $m = 394$;
4) $19z - 12z + 33z - 192$, если $z = 82$.
- 443.* Вычислите удобным способом:
1) $16 \cdot 25$; 2) $25 \cdot 8 \cdot 5$; 3) $15 \cdot 12$; 4) $375 \cdot 24$.
- 444.* Вычислите удобным способом:
1) $25 \cdot 4 \cdot 6$; 2) $125 \cdot 25 \cdot 32$; 3) $75 \cdot 36$; 4) $96 \cdot 50$.
- 445.** Вычислите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:
1) $43 \cdot 64 + 43 \cdot 23 - 87 \cdot 33$;
2) $84 \cdot 53 - 84 \cdot 28 + 16 \cdot 61 - 16 \cdot 36$.
- 446.** Вычислите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:
1) $93 \cdot 24 - 27 \cdot 24 + 66 \cdot 76$;
2) $82 \cdot 46 + 82 \cdot 54 + 135 \cdot 18 - 18 \cdot 35$.
- 447.** Выполните умножение:
1) 2 км 56 м $\cdot$ 68; 3) 4 км 90 м $\cdot$ 43; 5) 3 ч 48 мин $\cdot$ 25;
2) 7 грн 9 к. $\cdot$ 54; 4) 3 т 5 ц 65 кг $\cdot$ 8; 6) 5 ч 12 мин 36 с $\cdot$ 15.
- 448.** Выполните умножение:
1) 8 ц 26 кг $\cdot$ 27; 3) 6 т 45 кг $\cdot$ 82; 5) 7 мин 5 с $\cdot$ 24;
2) 14 грн 80 к. $\cdot$ 406; 4) 5 м 8 см $\cdot$ 42; 6) 4 сут 6 ч $\cdot$ 12.

449. Сколько нулями оканчивается произведение всех натуральных чисел:

- 1) от 1 до 10 включительно; 3) от 10 до 30 включительно;
2) от 15 до 24 включительно; 4)* от 1 до 100 включительно?

Упражнения для повторения

450. Угол ABC — прямой, луч BP — биссектриса угла ABK , луч BM — биссектриса угла CBK (рис. 144). Какова градусная мера угла MBP ?

451. По двору бегали котята и цыплята. Вместе у них было 14 голов и 38 ног. Сколько котят и сколько цыплят бегало по двору?

452. Семья из двух взрослых и ребенка может поехать отдохнуть на поезде или на автомобиле. Билет на поезд для одного взрослого стоит 870 грн, а для ребенка — в два раза меньше. Автомобиль расходует 12 л бензина на 100 км, а цена одного литра бензина составляет 26 грн. Расстояние до места отдыха по автомобильной дороге равно 600 км. Каким видом транспорта этой семье дешевле доехать до места отдыха?

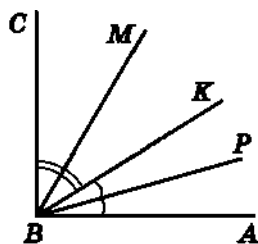


Рис. 144



Задача от Мудрой Совы

453. В 5 классе учатся трое друзей: Миша, Дима и Саша. Один из них занимается футболом, второй — плаванием, а третий — боксом. У футболиста нет ни брата, ни сестры, он самый младший из друзей. Миша старше боксера и дружит с сестрой Димы. Каким видом спорта занимается каждый из друзей?

18. Деление

Действие деления определяют с помощью действия умножения. Например, разделить число 51 на 17 — это значит найти такое число, произведение которого на число 17 равно 51. Имеем: $51 : 17 = 3$, поэтому $51 : 17 = 3$.

Вообще, для натуральных чисел a , b и c равенство $a : b = c$ верно, если верно равенство $b \cdot c = a$.

Рассмотрим еще несколько примеров:

$$168 : 12 = 14, \text{ так как } 12 \cdot 14 = 168;$$

$$1197 : 21 = 57, \text{ так как } 21 \cdot 57 = 1197.$$

В равенстве $a : b = c$ число a называют **делимым**, число b — **делителем**, число c и запись $a : b$ — **частным**.

Имеем: $x = 84 : 12$;

$$x = 7.$$

Ответ: 7. ◀

ПРИМЕР 2 Решите уравнение $x : 21 = 16$.

Решение. Применим правило нахождения неизвестного делимого: **чтобы найти неизвестное делимое, надо делитель умножить на частное.**

Имеем: $x = 21 \cdot 16$;

$$x = 336.$$

Ответ: 336. ◀

ПРИМЕР 3 Решите уравнение $576 : x = 18$.

Решение. Применим правило нахождения неизвестного делителя: **чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное.**

Имеем: $x = 576 : 18$;

$$x = 32.$$

Ответ: 32. ◀

ПРИМЕР 4 Моторная лодка проходит расстояние между двумя пристанями, равное 64 км, против течения реки за 8 ч. За сколько часов она пройдет это расстояние по течению реки, если скорость течения равна 4 км/ч?

Решение. 1) $64 : 8 = 8$ (км/ч) — скорость лодки против течения.

2) $8 + 4 = 12$ (км/ч) — собственная скорость лодки.

3) $12 + 4 = 16$ (км/ч) — скорость лодки по течению.

4) $64 : 16 = 4$ (ч) — время движения по течению.

Ответ: 4 ч. ◀

ПРИМЕР 5 Из двух городов, расстояние между которыми равно 588 км, выехали навстречу друг другу два автомобиля, которые встретились через 6 ч после начала движения. Скорость одного автомобиля составляла 46 км/ч. Найдите скорость второго автомобиля.



Решение. 1) $588 : 6 = 98$ (км) — на столько уменьшалось расстояние между автомобилями каждый час.

2) $98 - 46 = 52$ (км/ч) — скорость второго автомобиля.

Ответ: 52 км/ч. ◀

ПРИМЕР 6 Расстояние между двумя селами равно 24 км. Из этих сел одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Впереди шел пешеход. Через сколько часов после начала движения велосипедист догнал пешехода, если пешеход шел со скоростью 4 км/ч, а велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч?

Решение. 1) $12 - 4 = 8$ (км) — на столько уменьшалось расстояние между велосипедистом и пешеходом каждый час.

2) $24 : 8 = 3$ (ч) — время, за которое велосипедист догнал пешехода.

Ответ: 3 ч. ◀

ПРИМЕР 7 Ваня решил в 3 раза больше задач по алгебре, чем по геометрии. Сколько задач по геометрии решил Ваня, если известно, что их было на 18 меньше, чем задач по алгебре?

Решение. Пусть Ваня решил x задач по геометрии, тогда по алгебре он решил $3x$ задач. Поскольку по условию задачи x на 18 меньше, чем $3x$, то $3x - x = 18$.

Тогда $2x = 18$.

Отсюда $x = 18 : 2$;

$x = 9$.

Ответ: 9 задач. ◀

ПРИМЕР 8 Фермеры Гречуха, Медовый и Запашный собрали на своих полях 600 кг клубники. Медовый собрал в 2 раза больше, чем Гречуха, а Запашный — на 128 кг больше, чем Гречуха. Сколько килограммов клубники собрал каждый фермер?

Решение. Пусть Гречуха собрал x кг клубники, тогда Медовый собрал $2x$ кг, а Запашный — $(x + 128)$ кг. Поскольку вместе они собрали 600 кг, то составим уравнение:

$$x + 2x + x + 128 = 600.$$

Тогда

$$4x + 128 = 600;$$

$$4x = 600 - 128;$$

$$4x = 472;$$

$$x = 472 : 4;$$

$$x = 118.$$

Следовательно, Гречуха собрал 118 кг клубники, Медовый собрал $2 \cdot 118 = 236$ (кг), а Запашный собрал $118 + 128 = 246$ (кг).

Ответ: 118 кг, 236 кг, 246 кг. ◀



1. Что значит разделить число a на число b ?
2. Как в равенстве $a : b = c$ называют число a ? число b ? число c ? запись $a : b$?
3. Что показывает частное двух чисел?
4. На какое число делить нельзя?
5. Чему равно частное от деления числа 0 на любое натуральное число?
6. Чему равно частное $a : a$, где $a \neq 0$?
7. Чему равно частное $a : 1$?
8. Как найти неизвестный множитель?
9. Как найти неизвестное делимое?
10. Как найти неизвестный делитель?

Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Выполните деление:

1) $432 : 4$; 2) $609 : 3$; 3) $3600 : 6$; 4) $1500 : 50$.

3. Укажите среди данных произведений наибольшее:

1) $239 \cdot 4 \cdot 25$; 3) $10 \cdot 239 \cdot 10$;
 2) $239 \cdot 20 \cdot 4$; 4) $239 \cdot 10 \cdot 12$.

4. Догоняя Сашу, Слава бежит со скоростью 180 м/мин. Чему равна скорость Саши, если мальчики сближаются со скоростью 12 м/мин?
5. Два автомобиля движутся навстречу друг другу, причем один из них со скоростью 74 км/ч. Чему равна скорость второго автомобиля, если они сближаются со скоростью 150 км/ч?
6. Чтобы быть здоровым, человек ежедневно должен употреблять 3 г белка на каждые 4 кг своей массы. Сколько граммов белка должен получать в день ребенок, масса которого составляет 36 кг?
7. Существует ли такое значение a , при котором верно равенство:
 1) $a : 9 = 0$; 2) $16 : a = 0$; 3) $a : a = 0$; 4) $0 : a = 5$?

454.° Известно, что $243 \cdot 425 = 103\,275$. Чему равно значение выражения:

1) $103\ 275 : 243$; 2) $103\ 275 : 425$?

455.° Известно, что $4608 : 48 = 96$. Чему равно значение выражения:

1) $96 \cdot 48$; 2) $4608 : 96$?

456.° Заполните таблицу:

Делимое	320	96		0		945	637	3232
Делитель	40		6	264	128	1		16
Частное		8	14		0		1	

457.° Выполните деление:

1) 1548 : 36; 4) 3672 : 34; 7) 16 320 : 48;
2) 2668 : 58; 5) 15 552 : 72; 8) 906 192 : 126;
3) 5562 : 18; 6) 16 728 : 68; 9) 942 866 : 178.

458.° Выполните деление:

1) 2812 : 74; 4) 9384 : 46; 7) 63 378 : 63;
2) 1248 : 24; 5) 18 526 : 59; 8) 153 216 : 38;
3) 6565 : 13; 6) 15 652 : 26; 9) 1 334 504 : 214.

459.° Выполните деление:

- 1) 34 250 000 : 10;
- 2) 34 250 000 : 1000;
- 3) 34 250 000 : 10 000;
- 4) 25 600 : 80;
- 5) 25 600 : 800;
- 6) 2 430 000 : 180;
- 7) 2 430 000 : 1800;
- 8) 2 430 000 : 18 000.

460.° Выполните деление:

- 1) $32\ 596\ 800 : 10$;
- 2) $876\ 900 : 100$;
- 3) $240\ 000 : 10\ 000$;
- 4) $450\ 000 : 150$;
- 5) $36\ 000 : 12\ 000$;
- 6) $124\ 360\ 000 : 40\ 000$.

461.° Выполните действия:

1) $256 + 144 : 16 - 8$; 3) $(256 + 144) : 16 - 8$;
2) $(256 + 144) : (16 - 8)$; 4) $256 + 144 : (16 - 8)$.

462.° Найдите значение выражения:

1) $4704 - 4704 : (46 + 38)$; 2) $2808 : 72 + 15 \ 808 : 52$.

463.° Найдите значение выражения:

1) $3264 - 3264 : (92 - 44)$; 2) $18\ 144 : 84 - 2924 : 68$.

464.° Решите уравнение:

1) $13x = 195$; 3) $11x + 6x = 408$; 5) $x : 19 = 26$;
2) $x \cdot 18 = 468$; 4) $33m - m = 1024$; 6) $476 : x = 14$.

465.° Решите уравнение:

- 1) $19x = 95$; 3) $38x - 16x = 1474$; 5) $x : 25 = 16$;
2) $x \cdot 22 = 132$; 4) $y + 27y = 952$; 6) $324 : x = 27$.

466.° Вместо одного дерева в бумажной промышленности можно использовать 60 кг макулатуры. Сколько деревьев спасут учащиеся школы, в которой учится 520 школьников, если каждый из них сдаст 3 кг макулатуры?

467.° Всадник преодолевает расстояние между двумя селами за 5 ч, если движется со скоростью 12 км/ч. С какой скоростью он должен двигаться, чтобы преодолеть это расстояние за 4 ч?

468.° Купили 8 кг печенья по цене 72 грн за килограмм. Сколько килограммов печенья по цене 48 грн за килограмм можно купить за эти же деньги?

469.° Найдите значение выражения:

- 1) $82\,275 - 64 \cdot 56 + 9680 : 16 - 23\,637$;
2) $(204 \cdot 402 - 30\,456 : 423) : 36 - 1388$;
3) $1376 : (621 - 589) + (138 - 69) \cdot 29$.

470.° Найдите значение выражения:

- 1) $49\,184 + 4575 : 15 - 62 \cdot 93 - 33\,999$;
2) $(306 \cdot 307 - 187 \cdot 36) : 45 + 5780$;
3) $1885 : (542 - 477) + 48 \cdot (134 - 92)$.

471.° Малыш купил для Карлсона 8 пирожных и 12 булочек с повидлом, заплатив за всю покупку 408 крон. Одно пирожное стоит 24 кроны. Сколько крон стоит одна булочка?

472.° Дед Афанасий заготовил на зиму 6 бочек квашеной капусты и 14 бочонков соленых огурцов. В одну бочку помещается 26 кг капусты. Сколько килограммов огурцов находится в одном бочонке, если всего дед Афанасий заготовил 324 кг овощей?

473.° Сколько килограммов сливочного масла можно изготовить из 261 кг сливок, если из 9 кг сливок получают 2 кг масла?

474.° У Петра Ивановича есть автомобиль «Таврия». Хватит ли ему 28 л бензина, чтобы доехать из Киева до Полтавы, расстояние между которыми 337 км, если расход бензина на проезд 100 км составляет 7 л?

475.° Курочка Ряба собрала 328 кг проса. Сколько килограммов пшеница она сможет получить из этого проса, если из 4 кг проса получается 3 кг пшеницы?

476.° Расстояние между двумя пристанями равно 476 км. Двигаясь по течению реки, катер проходит это расстояние за 14 ч. За сколько часов он пройдет это расстояние против течения реки, если скорость течения равна 3 км/ч?

- 477.* Расстояние между двумя портами составляет 504 км. Двигаясь против течения реки, теплоход проходит это расстояние за 21 ч. За сколько часов он пройдет это расстояние по течению реки, если скорость течения равна 2 км/ч?
- 478.* Из сел Цветочное и Сказочное, расстояние между которыми равно 136 км, выехали одновременно навстречу друг другу казаки Сорвиголова и Остросабленко. Сорвиголова скакал со скоростью 16 км/ч. С какой скоростью ехал Остросабленко, если казаки встретились через 4 ч после выезда?



- 479.* Расстояние между двумя городами равно 1264 мили¹. Из них одновременно вылетели навстречу друг другу два ковра-самолета и встретились через 8 ч после вылета. Один из ковров пролетал 82 мили в час. С какой скоростью летел второй ковер?
- 480.* С двух станций, расстояние между которыми равно 24 км, одновременно в одном направлении отправились два поезда. Впереди шел поезд со скоростью 58 км/ч. Через 4 ч после начала движения его догнал второй поезд. Найдите скорость второго поезда.
- 481.* Расстояние между селами Вишнёвое и Яблонево равно 15 км. Из этих сел одновременно в одном направлении отправились казаки Черноус и Сорошопка. Черноус скакал на коне со скоростью 9 км/ч и через 3 ч после начала движения догнал Сорошопку, который шел пешком. С какой скоростью шел Сорошопка?
- 482.* В 6 ч утра из Муром в Киев выехал со скоростью 9 км/ч Илья Муромец. В 8 ч утра из Муром в Киев выехал Алеша Попович, который догнал Илью Муромца в 2 ч дня. С какой скоростью ехал Алеша Попович?

¹ 1 *сухопутная миля* = 1609 м.

- 483.* В 8 ч 57 мин черепаха Катрина отправилась в путешествие от своего пруда к соседнему. В 9 ч 5 мин от этого же пруда в том же направлении отправилась черепаха Виктория и догнала Катрину в 9 ч 29 мин. Найдите скорость, с которой передвигалась Катрина, если известно, что Виктория ползла со скоростью 8 м/мин.
- 484.* Расстояние между городками Сен-Жермен и Сен-Антуан равно 12 лье¹. Из этих городков одновременно в одном направлении выехали Портос со скоростью 1 лье/ч и д'Артаньян со скоростью 3 лье/ч, причем Портос ехал впереди. Через сколько часов после выезда д'Артаньян догнал Портоса?
- 485.* Расстояние между островами Акулий и Китовый составляет 48 морских миль². От этих островов одновременно в одном направлении отчалили фрегаты «Отважный» и «Стремительный», причем «Отважный» шел впереди «Стремительного». «Отважный» проходил за час 12 миль, а «Стремительный» — 18 миль. Через сколько часов «Стремительный» догнал «Отважного»?
- 486.* Школьники Василий, Андрей, Даниил и Сергей собрали 326 кг моркови. Василий собрал 37 кг моркови, что в 3 раза меньше, чем Андрей, а Даниил и Сергей собрали моркови поровну. Кто из школьников собрал больше всего моркови?
- 487.* Рабочие Иван, Петр, Степан и Павел изготовили 160 деталей. Иван изготовил 81 деталь, что в 3 раза больше, чем Петр, а Степан и Павел изготовили деталей поровну. Кто из рабочих изготовил меньше всего деталей?
- 488.* Буратино живет на расстоянии 1 км 200 м от школы. Уроки в школе начинаются в 8 ч 30 мин. Буратино делает за минуту 120 шагов, длина шага — 40 см. В котором часу Буратино должен выходить из дома, чтобы приходить в школу за 10 мин до начала занятий?
- 489.* Дежурные первого отряда туристов за 6 мин могут почистить 24 картофелины, а дежурные второго отряда за 9 мин — 45 картофелин. За сколько минут совместной работы они почистят 198 картофелин?
- 490.* На сколько дней школьной столовой хватит 800 л сока, если мальчики за 8 дней выпивают 960 л сока, а девочки за 6 дней — 480 л?

¹ Лье — старинная французская единица длины (1 лье приблизительно равен 4444 м).

² 1 морская миля = 1852 м.

- 491.* За 4 дня работы три оператора набрали на компьютере вместе 288 страниц. Сколько страниц наберет один оператор за 7 дней, если у них одинаковая производительность труда?
- 492.* Для работы 6 одинаковых двигателей в течение 8 ч требуется 672 л топлива. На сколько часов работы хватит одному такому двигателю 98 л топлива?
- 493.* Белочки Рыженькая и Желтенькая собирали орехи. Рыженькая собрала 6 мешочков орехов, а Желтенькая — 7 таких же мешочков. Вместе они собрали 52 кг орехов. Сколько килограммов орехов собрала Рыженькая и сколько — Желтенькая?
- 494.* Передвигаясь по пустыне в течение 3 дней, караван преодолел 63 км. В первый день караван шел 6 ч, во второй — 8 ч, а в третий — 7 ч. Сколько километров проходил караван каждый день, если известно, что он шел все дни с постоянной скоростью?
- 495.* Дед Чеснок привез на рынок 420 кг яблок и 180 кг груш в 50 одинаковых ящиках. Сколько ящиков было с яблоками и сколько — с грушами?
- 496.* Али-Баба перевозил найденное в пещере разбойников золото на 4 ослах в 22 одинаковых мешках. На первого осла он погрузил 80 кг золота, на второго — 100 кг, на третьего — 120 кг, на четвертого — 140 кг. Сколько мешков золота было нагружено на первого осла?



497.* Решите уравнение:

1) $21(18 + x) = 714$;

2) $16(4x - 34) = 608$;

3) $12(152 + 19x) = 2052$;

4) $(152x + 32) \cdot 6 = 192$.

498.* Решите уравнение:

1) $8(x - 14) = 56$;

2) $(46 - x) \cdot 19 = 418$;

3) $9(143 - 13x) = 234$;

4) $17(5x - 16) = 238$.

499.* Решите уравнение:

1) $14x + 4x - 48 = 240$;

2) $25b - 7b - 9 = 279$;

3) $16a - 7a + 96 = 222$;

4) $20y + 5y + y + 19 = 227$.

500.* Решите уравнение:

1) $9b + 6b - 15 = 615$;

2) $17x - x + 5x - 19 = 170$.

501.* Решите уравнение:

1) $(x + 14) : 9 = 13$;

4) $52 + 72 : x = 56$;

2) $966 : (x + 17) = 23$;

5) $56 : (x - 6) = 8$;

3) $x : 8 - 6 = 49$;

6) $56 : x - 6 = 8$.

502.* Решите уравнение:

1) $(x - 23) : 26 = 8$;

2) $1728 : (56 - x) = 36$.

503.* Отец с сыном посадили 108 кустов помидоров, причем отец посадил в 2 раза больше, чем сын. Сколько кустов помидоров посадил сын?

504.* В два магазина завезли 268 кг шампиньонов, причем в первый магазин завезли шампиньонов в 3 раза меньше, чем во второй. Сколько килограммов шампиньонов завезли в каждый магазин?

505.* У султана было двугорбых верблюдов в 7 раз больше, чем одногорбых. Сколько у султана было одногорбых верблюдов, если известно, что их на 156 меньше, чем двугорбых?

506.* Валентин подарил Валентине розы и орхидеи, причем орхидей было в 4 раза меньше, чем роз. Сколько роз подарил Валентин, если известно, что их было на 51 больше, чем орхидей?

507.* Из вершины прямого угла проведен луч так, что он делит прямой угол на два угла, один из которых больше второго на 20° . Найдите величину каждого из образовавшихся углов.

508.* Из вершины развернутого угла проведен луч так, что он делит развернутый угол на два угла, один из которых меньше второго на 50° . Найдите величину каждого из образовавшихся углов.

509.* На день рождения поросенок Пятачок, ослик Иа и кенгуру Кенга подарили Винни-Пуху 264 кг меда. Пятачок подарил в 3 раза больше меда, чем Кенга, а Иа — в 2 раза больше, чем Кенга. Сколько килограммов меда подарил каждый из гостей?

510.* За четыре дня путешествия Синдбад-мореход проплыл 546 миль. Во второй день он проплыл в 4 раза больше, чем в первый, в третий — в 3 раза больше, чем в первый, а в четвертый — в 5 раз больше, чем в первый. Сколько миль проплывал Синдбад в каждый из дней?

511.* Тарас, Богдан и Алексей поймали 256 окуней. Тарас поймал в 3 раза больше окуней, чем Богдан, а Алексей — столько, сколько Тарас и Богдан вместе. Сколько окуней поймал лучший рыбак?

- 512.* Красная Шапочка, Мальвина, Золушка и Дюймовочка слепили 500 вареников. Красная Шапочка слепила в 2 раза больше вареников, чем Дюймовочка, Мальвина — столько, сколько Красная Шапочка и Дюймовочка вместе, а Золушка — столько, сколько Мальвина и Дюймовочка вместе. Сколько вареников слепила каждая девочка?
- 513.* В трех вагонах электропоезда ехало 246 пассажиров. В первом вагоне было в 2 раза больше пассажиров, чем во втором, а в третьем — на 78 пассажиров больше, чем во втором. Сколько пассажиров ехало в каждом вагоне?
- 514.* Между тремя школами распределили 552 кг апельсинов, причем одна школа получила в 6 раз меньше апельсинов, чем вторая, и на 136 кг меньше, чем третья. Сколько килограммов апельсинов получила каждая школа?
- 515.* Одна из сторон треугольника в 5 раз меньше второй и на 25 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 74 см.
- 516.* Одна из сторон треугольника в 2 раза больше второй стороны, а вторая — на 7 дм меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 99 дм.
- 517.* 1) Верно ли, что если каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма этих слагаемых делится на это число? Проиллюстрируйте свой ответ примерами.
2) Может ли сумма нескольких слагаемых делиться на некоторое число, если каждое слагаемое не делится на это число? Проиллюстрируйте свой ответ примерами.
- 518.* Как изменится частное, если:
- 1) делимое увеличить в 7 раз;
 - 2) делимое уменьшить в 2 раза;
 - 3) делитель увеличить в 4 раза;
 - 4) делитель уменьшить в 5 раз;
 - 5) делимое увеличить в 8 раз, а делитель — в 2 раза;
 - 6) делимое уменьшить в 9 раз, а делитель — в 3 раза;
 - 7) делимое увеличить в 6 раз, а делитель уменьшить в 2 раза;
 - 8) делимое уменьшить в 6 раз, а делитель увеличить в 2 раза?
- 519.* Делимое увеличили в 3 раза. Как надо изменить делитель, чтобы частное: 1) увеличилось в 6 раз; 2) уменьшилось в 6 раз; 3) не изменилось?
- 520.* Вычислите удобным способом:
- | | | |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(44 \cdot 58) : 11$; | 3) $(63 \cdot 88) : 21$; | 5) $(2 \cdot 17 \cdot 14) : 28$; |
| 2) $(69 \cdot 60) : 30$; | 4) $(350 \cdot 48) : 70$; | 6) $(21 \cdot 18) : 14$. |

521.** Вычислите удобным способом:

1) $(36 \cdot 21) : 12$;

3) $(5 \cdot 6 \cdot 78) : 3$;

2) $(40 \cdot 420) : 60$;

4) $(45 \cdot 63) : 81$.

522.* Расставьте в записи $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ скобки так, чтобы значение полученного выражения было равно: 1) 75; 2) 23.

523.* Расставьте в записи $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ скобки так, чтобы значение полученного выражения было равно: 1) 50; 2) 72.

524.* Составьте числовое выражение с использованием только знаков четырех арифметических действий и четырех цифр 2 так, чтобы значение полученного выражения было равным:

1) 1;

3) 3;

5) 5;

7) 8;

2) 2;

4) 4;

6) 6;

8) 10.

Упражнения для повторения

525. Периметр четырехугольника $ABCD$ равен 34 см, $AB = 6$ см, сторона BC в 2 раза больше стороны AB , стороны CD и AD равны. Вычислите длину стороны AD .

526. Среди купленных конвертов 18 оказались розового цвета, а 12 конвертов — с марками. Кроме того, 8 розовых конвертов были с марками. Сколько всего купили конвертов?



Задача от Мудрой Совы

527. На столе расположено 7 зубчатых колес так, что первое сцеплено со вторым, второе — с третьим и т. д., а седьмое сцеплено с первым. Могут ли все колеса вращаться одновременно?

19. Деление с остатком

Как разделить число 20 на число 6? Ответ на этот вопрос можно получить, решив следующую задачу. Как разделить поровну 20 конфет между шестерыми друзьями?

Скорее всего, каждый получит по 3 конфеты, но при этом 2 конфеты останутся.



Такое распределение конфет иллюстрирует равенство

$$20 = 6 \cdot 3 + 2.$$

Заметим, что 3 — это *наибольшее* число, произведение которого на делитель 6 меньше делимого 20. В записи $20 = 6 \cdot 3 + 2$ число 3 называют **неполным частным**, а число 2 — **остатком**. Также говорят, что при делении числа 20 на число 6 получили неполное частное, равное 3, и остаток, равный 2. Отметим, что остаток 2 меньше делителя 6.

Конфеты можно было разделить и по-другому, например, дать каждому по 2 конфеты и оставить 8. Ведь $20 = 6 \cdot 2 + 8$. Но здесь число 2 не является неполным частным, а число 8 — остатком.

Остаток всегда меньше делителя.

Разделим число 189 на число 13:

	1	8	9	1	3
	1	3		1	4
		5	9		
		5	2		
			7		

Поскольку $7 < 13$, то мы вынуждены прекратить процесс деления. Это означает, что при делении числа 189 на число 13 получили неполное частное, равное 14, и остаток, равный 7. То есть $189 = 13 \cdot 14 + 7$.

Этот пример иллюстрирует следующее правило.

Чтобы найти делимое, надо делитель умножить на неполное частное и прибавить остаток.

В буквенном виде это правило записывают так:

$$a = bq + r,$$

где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, $r < b$.

Рассмотрим равенство $21 = 7 \cdot 3$. Его можно переписать следующим образом: $21 = 7 \cdot 3 + 0$. Говорят, что при делении числа 21 на число 7 остаток равен нулю. Также можно сказать, что число 21 делится **нацело** на число 7.

ПРИМЕР ■ Лена разделила число 61 на некоторое число и получила остаток 5. На какое число делила Лена?

Решение. Поскольку делимое равно 61, а остаток 5, то произведение делителя и неполного частного равно $61 - 5 = 56$. Запишем число 56 в виде произведения двух множителей:

$$56 = 7 \cdot 8 = 14 \cdot 4 = 28 \cdot 2 = 56 \cdot 1.$$

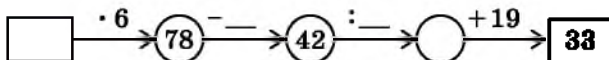
Учитывая, что остаток (в данном случае число 5) должен быть меньше делителя, видим, что делителем может быть любое из чисел 7, 8, 14, 28 и 56. ◀



1. Каким свойством обладает неполное частное при делении с остатком?
2. Сравните остаток и делитель.
3. Сформулируйте правило нахождения делимого при делении с остатком.
4. Как записывают в буквенном виде правило нахождения делимого при делении с остатком?
5. В каких случаях говорят, что одно натуральное число делится нацело на другое?

Решаем устно

1. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



2. В числе 72 560 000 зачеркнули три последних нуля. Как изменилось, увеличилось или уменьшилось, это число и во сколько раз?
3. Один насос за 1 мин перекачивает 120 л воды, а второй — 180 л. За какое время они вместе могут наполнить водой цистерну, емкость которой равна 6000 л?
4. Уменьшаемое на 129 больше вычитаемого. Чему равна разность?
5. Делитель в 48 раз меньше делимого. Чему равно частное?

Упражнения

528.° Выполните деление с остатком:

- 1) $42 : 5$; 3) $428 : 37$; 5) $1372 : 13$; 7) $3196 : 74$;
 2) $592 : 24$; 4) $684 : 30$; 6) $5721 : 28$; 8) $6516 : 204$.

529.° Выполните деление с остатком:

- 1) $54 : 7$; 3) $158 : 12$; 5) $2964 : 18$;
 2) $212 : 6$; 4) $534 : 15$; 6) $4848 : 106$.

530.° 1) Найдите остаток при делении на 10 числа: 31; 47; 53; 148; 1596; 67 389; 240 750.

- 2) Найдите остаток при делении на 5 числа: 14; 61; 86; 235; 2658; 54 769; 687 903.

531.° Найдите остаток при делении на 100 числа: 106; 202; 421; 836; 2764; 100 098; 672 305; 1 306 579; 562 400.

532.° Запишите остатки, которые можно получить при делении на: 1) 7; 2) 13; 3) 24.

533.° Запишите остатки, которые можно получить при делении на: 1) 5; 2) 19.

534.° Конфета стоит 76 к. Какое наибольшее количество конфет можно купить за 4 грн 50 к.?

535.° На один грузовик можно нагрузить 5 т песка. Какое наименьшее количество таких грузовиков потребуется, чтобы перевезти 42 т песка?

536.° В один ящик помещается 20 кг яблок. Какое наименьшее количество таких ящиков потребуется, чтобы разложить в них 176 кг яблок?

537.° Заполните таблицу:

Делимое	Делитель	Неполное частное	Остаток
22	6		
45	7		
	5	2	3
	8	3	5

538.° Найдите делимое, если делитель равен 12, неполное частное — 7, а остаток — 9.

539.° Найдите делимое, если делитель равен 18, неполное частное — 4, а остаток — 11.

540.° Выразите делимое через неполное частное, делитель и остаток в виде равенства $a = bq + r$, где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, если $a = 82$, $b = 8$.

541.° Выразите делимое через неполное частное, делитель и остаток в виде равенства $a = bq + r$, где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, если $a = 45$, $b = 7$.

542.° При каком наименьшем натуральном a значение выражения:

- 1) $48 + a$ делится нацело на 6;
- 2) $65 - a$ делится нацело на 8;
- 3) $96 - a$ при делении на 9 дает остаток 4?

543.° При каком наименьшем натуральном a значение выражения:

- 1) $53 + a$ делится нацело на 7;
- 2) $a + 24$ при делении на 5 дает остаток 2?

- 544.** Катя разделила число 211 на некоторое число и получила в остатке 26. На какое число делила Катя?
- 545.** Миша разделил число 111 на некоторое число и получил в остатке 7. На какое число делил Миша?
- 546.** Павел разделил число 70 на некоторое число и получил в остатке 4. На какое число делил Павел?
- 547.** Какое наибольшее количество понедельников может быть в году?
- 548.* В одном осеннем месяце суббот и понедельников оказалось больше, чем пятниц. Какой это был месяц? Каким днем недели было девятнадцатое число этого месяца?
- 549.* Известно, что число a — делимое, число b — делитель, причем $a < b$. Найдите неполное частное и остаток при делении числа a на число b .
- 550.* Докажите, что последняя цифра числа a равна остатку при делении этого числа на 10.
- 551.* Придумайте буквенное выражение, при подстановке в которое вместо буквы любого натурального числа получится числовое выражение, значение которого при делении на 3 дает в остатке 1.

Упражнения для повторения

552. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $14a \cdot 6b$, если $a = 2$, $b = 3$;
- 2) $25m \cdot 3n$, если $m = 8$, $n = 1$;
- 3) $5x + 8x - 3x$, если $x = 17$;
- 4) $16y - y + 5y$, если $y = 23$.

553. Периметр прямоугольника равен 54 см, а его ширина на 3 см меньше длины. Найдите стороны прямоугольника.

554. Решите уравнение $8(3x - 16) = 208$. Обратите внимание, что корень этого уравнения равен возрасту, с которого разрешается ездить на велосипеде по улицам городов и шоссейным дорогам.



Задача от Мудрой Совы

555. Известно, что веревка сгорает за 4 мин и горит при этом неравномерно. Как с помощью:
- 1) одной веревки отмерить 2 мин;
 - 2) двух таких веревок отмерить 3 мин?

20. Степень числа

Как вы знаете, с помощью произведения удобно записывать сумму нескольких равных слагаемых.

Например, $7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$.

В математике придумали способ коротко записывать произведение, в котором все множители равны.

Например, $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$.

Выражение 7^4 называют **степенью** и читают: «семь в четвертой степени» или «четвертая степень числа семь». При этом число 7 называют **основанием степени**, а число 4 — **показателем степени**. Число 4 показывает, сколько множителей, каждый из которых равен 7, содержит произведение.

Вычисление значения выражения 7^4 называют **возведением числа 7 в четвертую степень**.

Рассмотрим еще примеры:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243;$$

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125;$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100;$$

$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a;$$

$$(2b)^3 = 2b \cdot 2b \cdot 2b.$$

Вторую степень числа также называют **квадратом числа**. Например, запись a^2 читают: «*a* в квадрате». Третью степень числа называют **кубом числа**, и запись a^3 читают: «*a* в кубе».

Может ли показатель степени быть равным единице? Да, может. Поскольку не принято рассматривать произведение, состоящее из одного множителя, то договорились, что $a^1 = a$. Например, $2^1 = 2$, $17^1 = 17$.

Обратим внимание, что возведение числа в степень — это новое, пятое арифметическое действие. Определим очередность его выполнения при нахождении значения числового выражения.

Если в числовое выражение входит степень, то сначала выполняют возведение в степень, а потом — остальные действия.

Например, $5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$;

$$5 + 2^2 = 5 + 4 = 9.$$



1. Как называют выражение 8^5 ? Как при этом называют число 8? число 5?
2. Как читают запись 8^5 ?
3. Как называют вторую степень числа? третью степень числа?
4. Как читают запись a^2 ? a^3 ?
5. Чему равна первая степень числа?

6. В каком порядке выполняют вычисления, если в числовое выражение входит степень?

Решаем устно

1. Решите уравнение:

1) $(x - 10) : 2 = 20$;

3) $x \cdot 10 - 2 = 8$;

2) $(x + 10) \cdot 2 = 20$;

4) $x : 10 + 2 = 8$.

2. Верно ли равенство $90 = 14 \cdot 5 + 20$? Можно ли утверждать, что при делении 90 на 14 получим неполное частное 5 и остаток 20?
3. Вася разложил 60 яблок на кучки по 8 яблок, и еще 4 яблока у него осталось. На сколько кучек Вася разложил яблоки?
4. Турист должен преодолеть маршрут длиной 25 км. После того как он шел 4 ч, ему осталось пройти 1 км. С какой скоростью шел турист?
5. На двух клумбах росло 20 кустов роз. После того как с первой клумбы пересадили 2 куста роз на вторую, на обеих клумбах стало по 10 кустов роз. Сколько кустов роз росло на каждой клумбе сначала?

Упражнения

- 556.° Назовите основание и показатель степени:

1) 4^8 ; 2) 13^{10} ; 3) a^9 ; 4) 6^m ; 5) 2^{39} ; 6) 93^1 .

- 557.° Упростите выражение, заменив произведение одинаковых множителей степенью:

1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$;

5) $3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m$;

2) $10 \cdot 10 \cdot 10$;

6) $\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6}_{10 \text{ множителей}}$;

3) $b \cdot b$;

7) $\underbrace{y \cdot y \cdot \dots \cdot y}_{8 \text{ множителей}}$;

4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$;

8) $\underbrace{c \cdot c \cdot \dots \cdot c}_n \text{ множителей}$.

- 558.° Найдите значение выражения:

1) 3^3 ;

2) 7^2 ;

3) 5^4 ;

4) 2^5 ;

5) 0^6 ;

6) 1^{12} .

- 559.° Найдите значение выражения:

1) 9^3 ;

2) 12^2 ;

3) 2^4 ;

4) 1^{100} ;

5) 100^1 ;

6) 10^3 .

- 560.* Вычислите:

1) $10^2 - 7^2$;

3) $42^2 : 14 - 4^2 \cdot 6$;

5) $25^2 : (24^2 + 7^2)$;

2) $5^3 - 5^2$;

4) $8^3 : 4^2 - 2^3$;

6) $10^3 - 10^2 + 9^3$.

- 561.* Вычислите:

1) $3^2 + 4^2$;

3) $26^2 - (12^2 \cdot 3 + 175)$;

5) $15^2 : (13^2 - 124)$;

2) $3^3 + 2^3$;

4) $6^3 - 2 \cdot 4^3 - 1^3$;

6) $8^3 : (4^2 - 2^3)$.

562.* Найдите значение выражения:

- 1) $16 - c^3$, если $c = 2$;
- 2) $x^3 - x^2$, если $x = 10$;
- 3) $15a^2$, если $a = 4$;
- 4) a^2b^3 , если $a = 6$, $b = 10$;
- 5) $(x^2 - y^2) : (x - y)$, если $x = 4$, $y = 2$;
- 6) $(x^2 - y^2) : x - y$, если $x = 4$, $y = 2$;
- 7) $x^2 - y^2 : (x - y)$, если $x = 4$, $y = 2$;
- 8) $x^2 - y^2 : x - y$, если $x = 4$, $y = 2$.

563.* Найдите значение выражения:

- 1) $x^2 - 14$, если $x = 5$; 7; 18;
- 2) $2y^2 + 13$, если $y = 6$; 8; 9; 100.

564.** Запишите в виде степени с основанием 3 число: 1) 9; 2) 27;

3) 243; 4) 81.

565.** Запишите в виде степени с основанием 2 число: 1) 4; 2) 16;

3) 32; 4) 256.

566.** Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) сумма куба числа 5 и квадрата числа 8;
- 2) разность квадратов чисел 6 и 2;
- 3) квадрат разности чисел 6 и 2.

567.** Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) куб разности чисел 9 и 8;
- 2) квадрат суммы чисел 8 и 7;
- 3) сумма квадратов чисел 8 и 7.

Упражнения для повторения

568. Решите уравнение:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1) $7(x - 19) = 133$; | 3) $1344 : (x + 26) = 32$; |
| 2) $9(213 - 2x) = 927$; | 4) $384 : (51 - 5x) = 24$. |

569. Для приготовления 10 порций мороженого используют 200 г сахара. На сколько порций мороженого хватит 500 г сахара?

570. Вася задумал трехзначное число, у которого с каждым из чисел 652, 153 и 673 совпадает один из разрядов, а два других не совпадают. Какое число задумал Вася?



Задача от Мудрой Совы

571. В очереди за билетами в цирк стояли Миша, Наташа, Петя, Дима и Маша. Маша купила билет раньше, чем Миша, но позже, чем Наташа. Петя и Наташа не стояли рядом, а Дима не был рядом ни с Наташей, ни с Машей, ни с Петей. Кто за кем стоял в очереди?

21. Площадь. Площадь прямоугольника

Фигуры на рисунке 145, *а*, *б* равны, так как они совмещаются при наложении.

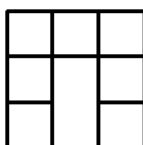
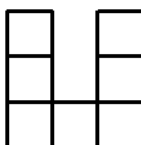
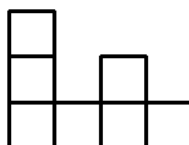
*а**б**в*

Рис. 145

Очевидно, что фигуры на рисунке 145, *а*, *в* не равны. Однако каждая из них состоит из семи квадратов со стороной 1 см.

О таких фигурах говорят, что их **площади равны**.

С такой величиной, как площадь, вы часто встречаетесь в повседневной жизни: площадь квартиры, площадь дачного участка, площадь поля и т. п.

Опыт подсказывает вам, что равные земельные участки имеют равные площади, что площадь квартиры равна сумме площадей всех ее помещений (комнат, кухни, прихожей и т. д.). Эти примеры иллюстрируют следующие свойства площади фигуры.

1) Равные фигуры имеют равные площади.

2) Площадь фигуры равна сумме площадей фигур, из которых она состоит.

Как можно измерить площадь фигуры?

Напомним, что для измерения отрезков мы вводили единичный отрезок, а для измерения углов — единичный угол.

Вообще, когда нужно измерить какую-либо величину, вводят единицу измерения.

За единицу измерения площади принимают квадрат, сторона которого равна единичному отрезку. Такой квадрат называют **единичным**.

Площадь квадрата со стороной 1 м называют **квадратным метром**. Пишут: 1 м^2 .

Площадь квадрата со стороной 1 см называют **квадратным сантиметром**. Пишут: 1 см^2 .

Площадь квадрата со стороной 1 мм называют **квадратным миллиметром**. Пишут: 1 мм^2 .

Измерить площадь фигуры — это значит подсчитать, сколько единичных квадратов в ней помещается.

Так, площадь каждой фигуры, изображенной на рисунке 145, равна 7 см^2 .

Если одна сторона прямоугольника равна 6 см , а соседняя сторона — 4 см , то этот прямоугольник можно разбить на $6 \cdot 4$ единичных квадратов (рис. 146). Поэтому его площадь равна $6 \cdot 4 = 24 \text{ (см}^2\text{)}$.

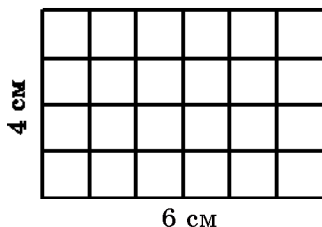


Рис. 146

Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что если одна сторона прямоугольника равна a единичным отрезкам, а вторая — b единичным отрезкам, то этот прямоугольник можно разбить на $a \cdot b$ единичных квадратов, следовательно, его площадь равна ab квадратных единиц.

Площадь прямоугольника равна произведению длин его соседних сторон:

$$S = ab,$$

где S — площадь прямоугольника, a и b — длины его соседних сторон, выраженные в одних и тех же единицах.

Поскольку у квадрата все стороны равны, то его площадь вычисляют по формуле

$$S = a^2,$$

где S — площадь квадрата, a — длина его стороны. Именно поэтому вторую степень числа называют квадратом числа.

Вы знаете, что равные фигуры имеют равные площади. Однако если площади фигур равны, то не обязательно будут равными сами фигуры (рис. 145).

Для измерения площадей земельных участков также используют следующие единицы измерения: **ар** (вместо 1 ар сокращенно пишут: 1 а) и **гектар** (вместо 1 гектар сокращенно пишут: 1 га):

$$1 \text{ а} = 10 \text{ м} \cdot 10 \text{ м} = 100 \text{ м}^2,$$

$$1 \text{ га} = 100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м} = 10\,000 \text{ м}^2.$$

В быту 1 ар называют **соткой**.

1. Какие свойства площади фигуры вы знаете?
2. Как поступают, когда хотят измерить какую-либо величину?
3. Какой квадрат называют единичным?

4. Какие единицы измерения площади вы знаете?
5. Что означает измерить площадь фигуры?
6. Чему равна площадь прямоугольника?
7. По какой формуле вычисляют площадь квадрата?
8. Верно ли, что если площади фигур равны, то равны и сами фигуры?

Решаем устно

1. Сколько:
 - 1) сантиметров содержится в: 1 дм; 1 м; 3 дм; 5 м 2 дм; 12 дм 5 см; 40 мм;
 - 2) метров содержится в: 1 км; 2 км 418 м; 4 км 16 м; 800 см; 20 дм?
2. Вычислите:
 - 1) сумму кубов чисел 3 и 2;
 - 2) куб суммы чисел 3 и 2;
 - 3) разность квадратов чисел 8 и 6;
 - 4) квадрат разности чисел 8 и 6.
3. Лодка за 5 ч прошла 40 км. За сколько часов она пройдет с такой же скоростью 24 км?
4. Сколько литров воды может перекачать насос за 8 мин, если 5 таких насосов за 6 мин перекачивают 450 л воды?
5. Какую одну и ту же цифру надо поставить вместо звездочек, чтобы запись $1* + 3* + 5* = 111$ стала верным равенством?

Упражнения

- 572.° 1) Сколько квадратных сантиметров содержит 1 дм²? 1 м²?
2) Сколько квадратных метров содержит 1 км²?
- 573.° Вычислите площадь прямоугольника, соседние стороны которого равны 14 см и 8 см.
- 574.° Вычислите площадь квадрата со стороной 7 дм.
- 575.° Сторона прямоугольника равна 16 см, а соседняя сторона на 6 см длиннее. Вычислите площадь прямоугольника.
- 576.° Сторона прямоугольника равна 48 см, а соседняя сторона в 8 раз короче. Вычислите площадь прямоугольника.
- 577.° Периметр прямоугольника равен 162 дм, а одна из сторон — 47 дм. Найдите площадь прямоугольника.
- 578.° Периметр прямоугольника равен 96 м, и он в 8 раз больше одной из сторон прямоугольника. Найдите площадь прямоугольника.
- 579.° Найдите площадь квадрата, периметр которого равен 96 см.

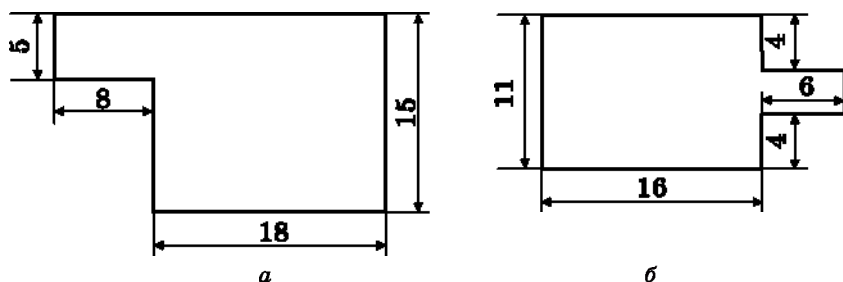


Рис. 147

580.* Периметр прямоугольника равен 4 м 8 дм, одна из его сторон в 5 раз длиннее соседней стороны. Найдите площадь прямоугольника.

581.* Периметр прямоугольника равен 6 дм 8 см, одна из его сторон на 1 дм 6 см короче соседней стороны. Найдите площадь прямоугольника.

582.* Выразите:

- 1) в арах: 12 га; 45 га; 6 га 28 а; 14 га 68 а; 32 400 м²; 123 800 м²; 2 км² 14 га 5 а; 4 км² 72 га 16 а;
- 2) в квадратных метрах: 5 а; 17 а; 8 га; 63 га; 5 га 72 а; 14 га 43 а;
- 3) в гектарах и арах: 530 а; 1204 а; 16 300 м²; 85 200 м².

583.* Выразите:

- 1) в квадратных сантиметрах: 8 дм²; 16 дм²; 4 м²; 38 м²; 16 м² 19 дм²; 74 м² 3 дм²;
- 2) в гектарах: 340 000 м²; 5 830 000 м²; 53 км²; 14 км²; 5 км² 18 га; 24 км² 6 га.

584.* Поле прямоугольной формы имеет площадь 56 а, его длина — 80 м. Вычислите периметр поля.

585.* Поле прямоугольной формы имеет площадь 48 а, его ширина — 150 м. Вычислите периметр поля.

586.* Вычислите периметр и площадь фигуры, изображенной на рисунке 147 (размеры даны в сантиметрах).

587.* Вычислите периметр и площадь фигуры, изображенной на рисунке 148 (размеры даны в сантиметрах).

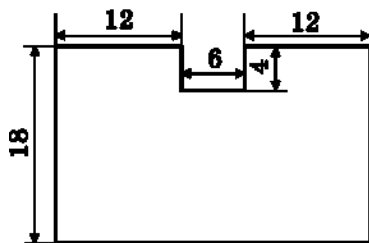


Рис. 148

- 588.* Хватит ли 5 т гороха, чтобы засеять им поле, имеющее форму прямоугольника со сторонами 500 м и 400 м, если на 1 га земли надо высеять 260 кг гороха?
- 589.* Отец решил облицевать кафелем стену кухни, длина которой равна 4 м 50 см, а высота — 3 м. Хватит ли ему 15 ящиков кафеля, если одна плитка имеет форму квадрата со стороной 15 см, а в одном ящике находится 40 плиток?
- 590.* Фермер Петр Трудолюб посадил огурцы в теплице, длина которой равна 16 м 50 см, а ширина — 12 м. Сколько килограммов огурцов соберет фермер в своей теплице, если с 1 м^2 собирают 30 кг огурцов?
- 591.* Расход эмалевой краски на однослойное покрытие составляет 180 г на 1 м^2 . Хватит ли 3 кг эмали, чтобы покрасить стену длиной 6 м и высотой 3 м?
- 592.** Квадрат со стороной 12 см и прямоугольник, длина которого равна 18 см, имеют одинаковые площади. Найдите периметр прямоугольника.
- 593.** Квадрат и прямоугольник имеют одинаковые площади, соседние стороны прямоугольника равны 3 см и 12 см. Найдите периметр квадрата.
- 594.** Ширина прямоугольника равна 26 см. На сколько квадратных сантиметров увеличится площадь этого прямоугольника, если его длину увеличить на 4 см?
- 595.** Во сколько раз увеличатся периметр и площадь прямоугольника, если каждую его сторону увеличить в 4 раза?
- 596.** Длина прямоугольника равна 32 см. На сколько квадратных сантиметров уменьшится площадь этого прямоугольника, если его ширину уменьшить на 5 см?
- 597.* Площадь квадрата $ABCD$ равна 16 см^2 (рис. 149). Чему равна площадь прямоугольника $ACFE$?
- 598.* Длина каждой из сторон прямоугольного листа бумаги равна целому числу сантиметров, а площадь листа — 12 см^2 . Сколько квадратов площадью 4 см^2 можно вырезать из этого прямоугольника?

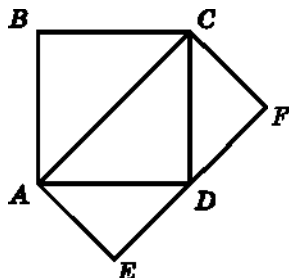


Рис. 149

599.* Длина каждой из сторон прямоугольного листа бумаги равна целому числу сантиметров, а площадь листа — 18 см^2 . Сколько квадратов со стороной 3 см можно вырезать из этого листа?

600.* Внутри прямоугольника $ABCD$ (рис. 150) вырезали отверстие прямоугольной формы. Как одним прямолинейным разрезом разделить полученную фигуру на две фигуры, имеющие равные площади?

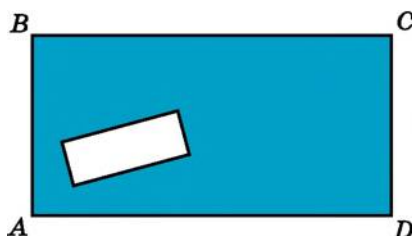


Рис. 150

601.* Используя четыре из пяти изображенных на рисунке 151 фигур, составьте квадрат.

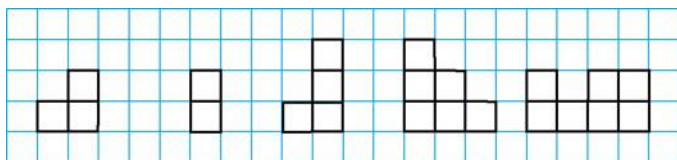


Рис. 151

602.* Можно ли разрезать квадрат на несколько частей так, чтобы из них можно было составить два квадрата, длины сторон которых равны целому числу сантиметров, если сторона данного квадрата равна: 1) 5 см; 2) 6 см?

Упражнения для повторения

603. Из вершины прямого угла ABC (рис. 152) провели лучи BD и BE так, что угол ABE больше угла DBE на 34° , а угол CBD больше угла DBE на 23° . Какова градусная мера угла DBE ?

604. Выполните действия:

- 1) $1008 \cdot 604 - 105\,984 : 12 - 54\,321$;
- 2) $(57 \cdot 34 + 812\,754 : 27) : 18$.

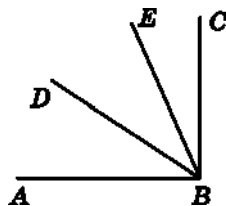


Рис. 152

605. Для проведения Дня именинника родительский комитет класса закупил конфеты, пирожные и вафли. Счет за эту покупку неосторожно залили соком. Помогите членам родительского комитета восстановить счет.

Название товара	Количество упаковок	Цена упаковки, грн	Стоимость, грн
Вафли		7	84
Конфеты	5		
Печенье	9	14	
Итого			305



Задача от Мудрой Совы

606. На озере начали распускаться лилии. Каждый день площадь поверхности озера, занятая лилиями, увеличивалась вдвое. На двадцатый день лилиями заросла вся поверхность озера. На какой день половина озера была покрыта лилиями?

22. Прямоугольный параллелепипед. Пирамида

Когда вы были маленькими и играли кубиками, то, возможно, складывали фигуры, изображенные на рисунке 153.

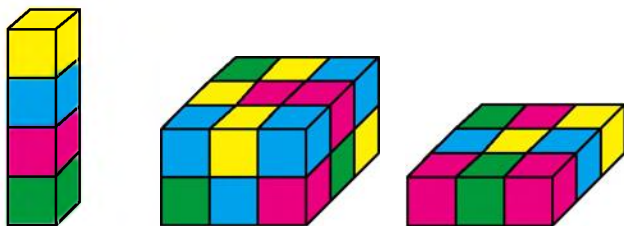
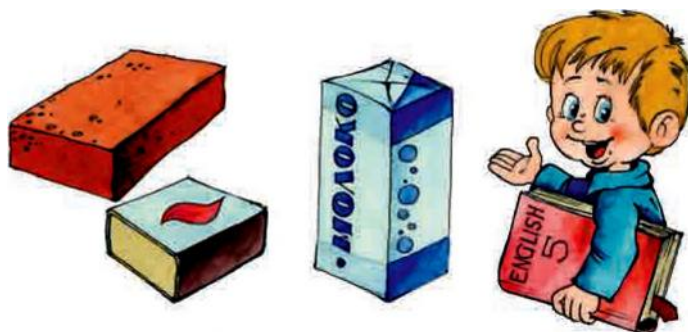


Рис. 153

Эти фигуры дают представление о **прямоугольном параллелепипеде**. Форму прямоугольного параллелепипеда имеют, например, коробка конфет, книга, кирпич, спичечный коробок, упаковочный ящик, пакет молока.

На рисунке 154 изображен прямоугольный параллелепипед $ABCD_1B_1C_1D_1$. Прямоугольный параллелепипед ограничен шестью **гранями**. Каждая грань — это прямоугольник, то есть поверхность прямоугольного параллелепипеда состоит из шести прямоугольников.



Стороны граней называют **ребрами** прямоугольного параллелепипеда, вершины граней — **вершинами** прямоугольного параллелепипеда. Например, отрезки AB , BC , A_1B_1 — ребра, а точки B , A_1 , C_1 — вершины параллелепипеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$ (рис. 154).

У прямоугольного параллелепипеда 8 вершин и 12 ребер.

Грани AA_1B_1B и DD_1C_1C не имеют общих вершин. Такие грани называют **противолежащими**. В параллелепипеде $ABCD A_1B_1C_1D_1$ есть еще две пары противоположащих граней: прямоугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$, а также прямоугольники AA_1D_1D и BB_1C_1C .

Противолежащие грани прямоугольного параллелепипеда равны.

На рисунке 154 грань $ABCD$ называют **основанием** прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$.

Площадью поверхности прямоугольного параллелепипеда называют сумму площадей всех его граней.

Чтобы иметь представление о размерах прямоугольного параллелепипеда, достаточно рассмотреть любые три ребра, имеющие общую вершину. Длины этих ребер называют **измерениями** прямоугольного параллелепипеда. Чтобы их различать, пользуются названиями: **длина**, **ширина**, **высота** (рис. 155).

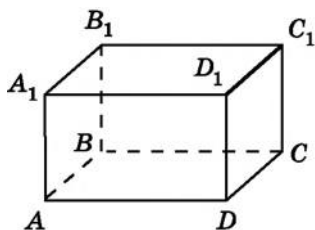


Рис. 154

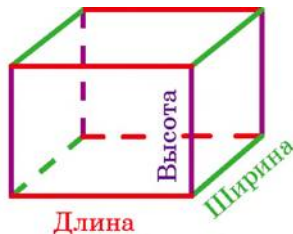


Рис. 155

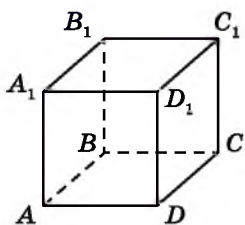


Рис. 156

Прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения равны, называют **кубом** (рис. 156). Поверхность куба состоит из шести равных квадратов.

Если коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, открыть (рис. 157) и разрезать по четырем вертикальным ребрам (рис. 158), а затем развернуть, то получим фигуру, состоящую из шести прямоугольников (рис. 159). Эту фигуру называют **развёрткой прямоугольного параллелепипеда**.

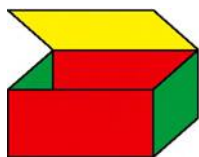


Рис. 157



Рис. 158

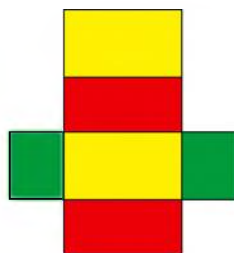


Рис. 159

На рисунке 160 изображена фигура, состоящая из шести равных квадратов, — **развёртка куба**.

С помощью развертки можно изготовить модель прямоугольного параллелепипеда. Это можно сделать, например, следующим образом. Начертить на бумаге его развертку. Вырезать ее, согнуть по отрезкам, соответствующим ребрам прямоугольного параллелепипеда (рис. 158), и склеить.

Прямоугольный параллелепипед является видом **многогранника** — фигуры, поверхность которой состоит из многоугольников. На рисунке 161 изображены многогранники.

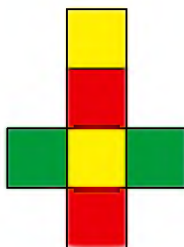


Рис. 160



Рис. 161

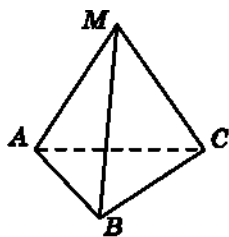
Один из видов многогранника — **пирамида**.

Эта фигура для вас не нова. Скорее всего, вы слышали об одном из семи чудес света — египетских пирамидах.

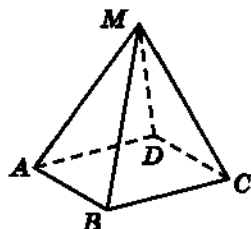


Египетские пирамиды

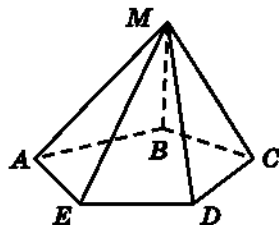
На рисунке 162 изображены пирамиды $MABC$, $MABCD$, $MABCDE$.



Треугольная
пирамида



Четырехугольная
пирамида



Пятиугольная
пирамида

Рис. 162

Поверхность пирамиды состоит из **боковых граней** — треугольников, имеющих общую вершину, и **основания**, являющегося многоугольником (рис. 163). Общую вершину боковых граней называют **вершиной пирамиды**. Стороны основания пирамиды называют **ребрами основания пирамиды**, а стороны боковых граней, не принадлежащие основанию, — **боковыми ребрами пирамиды**.

Пирамиды можно классифицировать по количеству сторон основания (рис. 162): треугольная, четырехугольная, пятиугольная и т. д.



Рис. 163

Поверхность треугольной пирамиды состоит из четырех треугольников. Любой из этих треугольников может служить основанием пирамиды. Это единственный вид пирамиды, любую грань которой можно считать ее основанием.

На рисунке 164 изображена фигура, которая может служить разверткой четырехугольной пирамиды. Она состоит из квадрата и четырех равных равнобедренных треугольников.



Рис. 164



Рис. 165

На рисунке 165 изображена фигура, состоящая из четырех равных равносторонних треугольников. С помощью этой фигуры можно сделать модель треугольной пирамиды, у которой все грани — равносторонние треугольники.

Многогранники — это примеры **геометрических тел**.

На рисунке 166 изображены знакомые вам геометрические тела, не являющиеся многогранниками. Подробнее с этими телами вы познакомитесь в 6 классе.



Рис. 166



1. Какие предметы дают представление о прямоугольном параллелепипеде?
2. Из каких фигур состоит поверхность прямоугольного параллелепипеда?
3. Сколько граней имеет прямоугольный параллелепипед?

4. Каким свойством обладают противоположащие грани прямоугольного параллелепипеда?
5. Сколько имеет прямоугольный параллелепипед вершин? ребер?
6. Какое общее название имеют длины трех ребер прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину?
7. Какие названия измерений прямоугольного параллелепипеда используют для их различия?
8. Какую фигуру называют кубом?
9. Из каких фигур состоит поверхность куба?
10. Из каких фигур состоит поверхность пирамиды?

Решаем устно

1. Вычислите:

- 1) $13 \cdot 4 \cdot 25$; 3) $125 \cdot 943 \cdot 8$.
- 2) $4 \cdot 5 \cdot 78 \cdot 5$;

2. Упростите выражение:

- 1) $3a \cdot 16b$;
- 2) $4m \cdot 9n \cdot 5k$; 3) $7a \cdot 2b \cdot 50c \cdot 8d$.

3. Раскройте скобки:

- 1) $2(a + b)$; 3) $6m(7n + 8p)$.
- 2) $(3 - b) \cdot 5$;

4. Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 28 см^2 , а одна из сторон — 7 см .

5. В магазине разложили 6 ц яблок в ящики так, что в каждом ящике находится по 12 кг яблок. Сколько ящиков заполнили яблоками?

6. Во сколько раз площадь квадрата со стороной 6 см больше площади квадрата со стороной 2 см?

Упражнения

607.° На рисунке 167 изображен прямоугольный параллелепипед $ABCDMNKP$. Назовите:

- 1) грани, которым принадлежит вершина C ;
- 2) ребра, равные ребру BC ;
- 3) верхнюю грань;
- 4) вершины, принадлежащие нижней грани;
- 5) грани, имеющие общее ребро AM ;
- 6) грань, равную грани $DPKC$.

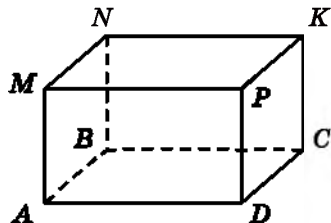


Рис. 167

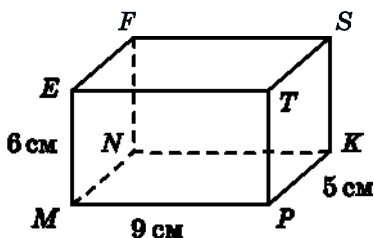


Рис. 168

- 608.° Измерения прямоугольного параллелепипеда $MNPKEFST$ (рис. 168) равны 9 см, 5 см и 6 см. Вычислите сумму длин всех его ребер и площадь его поверхности.
- 609.° Найдите сумму длин всех ребер прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 13 см, 16 см, 21 см.
- 610.° Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 9 м, 24 м, 11 м.
- 611.° Вычислите площадь поверхности и сумму длин всех ребер куба, ребро которого равно 5 см.
- 612.° Найдите сумму длин всех ребер и площадь поверхности куба, ребро которого равно 7 см.
- 613.° На рисунке 169 изображена пирамида $MABC$. Укажите:
- 1) основание пирамиды;
 - 2) вершину пирамиды;
 - 3) боковые грани пирамиды;
 - 4) боковые ребра пирамиды;
 - 5) ребра основания пирамиды.
- 614.° На рисунке 170 изображена пирамида $SABCD$. Укажите:
- 1) основание пирамиды;
 - 2) вершину пирамиды;
 - 3) боковые грани пирамиды;
 - 4) боковые ребра пирамиды;
 - 5) ребра основания пирамиды.

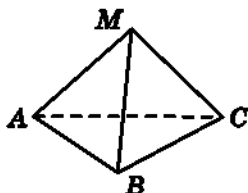


Рис. 169

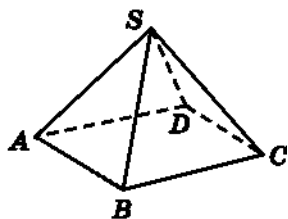


Рис. 170

615.* На рисунке 171 изображена развертка прямоугольного параллелепипеда.

- 1) Из скольких прямоугольников состоит развертка?
- 2) Сколько пар равных прямоугольников содержит развертка?
- 3) Какова площадь развертки параллелепипеда, если его измерения равны 10 см, 7 см и 3 см?

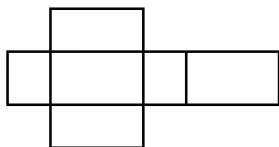


Рис. 171

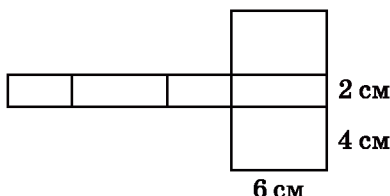


Рис. 172

616.* Вычислите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, развертка которого изображена на рисунке 172.

617.* Деревянный брусок имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его ширина равна 20 см, что на 5 см меньше его длины и в 3 раза меньше его высоты. Сколько лака потребуется, чтобы одним слоем покрыть им всю поверхность этого бруска, если на 1 дм^2 расходуется 4 г лака?

618.* Сумма длин всех ребер прямоугольного параллелепипеда равна 28 см. Найдите сумму длин трех его ребер, имеющих общую вершину.



619.* Прямоугольный параллелепипед и куб имеют равные площади поверхности. Длина параллелепипеда равна 18 м, что в 2 раза больше, чем его ширина, и на 8 м больше, чем его высота. Найдите ребро куба.

620.* Брусок, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 4 см, 5 см и 6 см, покрасили со всех сторон и разрезали на кубики с ребром 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых окрашено: 1) три грани; 2) две грани; 3) одна грань?

Упражнения для повторения

621. Скорость ракеты равна 8 км/с. За сколько минут она пролетит 960 км?

622. Из листа картона можно вырезать шесть одинаковых квадратов. Сколько листов картона потребуется, чтобы вырезать 50 таких квадратов?

623. Поезд отправился со станции в 16 ч со скоростью 54 км/ч. В 19 ч с этой же станции в противоположном направлении отправился второй поезд. В 24 ч расстояние между ними было равно 642 км. С какой скоростью шел второй поезд?

624. Решите уравнение:

1) $6x + 8x - 7x = 714$;

3) $11x - 6x + 17 = 2042$;

2) $23x - 19x + 5x = 1827$;

4) $5x + 3x - 47 = 6401$.



Задача от Мудрой Совы

625. Как с помощью линейки измерить диагональ¹ кирпича, имея еще несколько таких кирпичей?

23. Объем прямоугольного параллелепипеда

Фигуры на рисунке 173, *а*, *б* состоят из равного количества одинаковых кубиков. О таких фигурах можно сказать, что их **объемы** равны. Прямоугольные параллелепипеды, изображенные на рисунке 173, *в*, *г*, состоят соответственно из 18 и 9 одинаковых кубиков. Поэтому можно сказать, что объем первого из них в два раза больше объема второго.

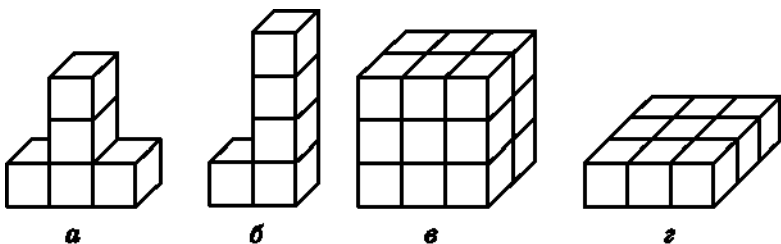


Рис. 173

С такой величиной, как объем, вы часто встречаетесь в повседневной жизни: объем топливного бака, объем бассейна, объем классной комнаты, показания потребления газа или воды на счетчиках и т. д.

Опыт подсказывает вам, что одинаковые емкости имеют равные объемы. Например, одинаковые бочки имеют равные объемы.

Если емкость разделить на несколько частей, то объем всей емкости будет равен сумме объемов ее частей. Например, объем двухкамерного холодильника равен сумме объемов его камер.

¹ *Диагональ параллелепипеда* — это отрезок, соединяющий две его вершины, не принадлежащие одной грани.

Эти примеры иллюстрируют следующие свойства объема фигуры.

1) Равные фигуры имеют равные объемы.

2) Объем фигуры равен сумме объемов фигур, из которых она состоит.

Как и в случаях с другими величинами (длина, площадь), следует ввести единицу измерения объема.

За единицу измерения объема принимают куб, ребро которого равно единичному отрезку. Такой куб называют **единичным**.

Объем куба со стороной 1 мм называют **кубическим миллиметром**. Пишут: 1 мм^3 .

Объем куба со стороной 1 см называют **кубическим сантиметром**. Пишут: 1 см^3 .

Объем куба со стороной 1 дм называют **кубическим дециметром**. Пишут: 1 дм^3 .

При измерении объемов жидкостей и газов 1 дм^3 называют **литром**. Пишут: 1 л. Следовательно, $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$.

Объем куба со стороной 1 м называют **кубическим метром**. Пишут: 1 м^3 .

Объем куба со стороной 1 км называют **кубическим километром**. Пишут: 1 км^3 .

Измерить объем фигуры — это значит подсчитать, сколько единичных кубов в ней помещается.

Если объем красного кубика (рис. 174) принять за единицу, то объемы фигур, приведенных на рисунке 173, *a–г*, соответственно равны 5, 5, 18 и 9 кубическим единицам.



Рис. 174

Если длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 5 см, 6 см, 4 см, то этот параллелепипед можно разделить на $5 \cdot 6 \cdot 4$ единичных кубов (рис. 175). Поэтому его объем равен $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120 \text{ (см}^3\text{)}$.

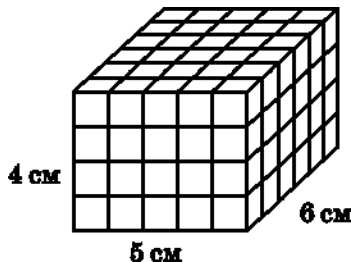


Рис. 175

Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что если длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны a , b и c единичным отрезкам, то этот параллелепипед можно разделить на $a \cdot b \cdot c$ единичных кубов. А поэтому его объем равен abc кубическим единицам.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений:

$$V = abc,$$

где V — объем параллелепипеда, a , b и c — его измерения, выраженные в одних и тех же единицах.

Поскольку у куба все ребра равны, то его объем вычисляют по формуле

$$V = a^3,$$

где V — объем куба, a — длина его ребра. Именно поэтому третью степень числа называют кубом числа.

Произведение длины a и ширины b прямоугольного параллелепипеда равно площади S его основания: $S = ab$ (рис. 176). Обозначим высоту параллелепипеда буквой h . Тогда объем V прямоугольного параллелепипеда равен $V = abh$. Отсюда

$$V = abh = (ab) h = Sh.$$

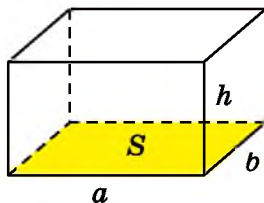


Рис. 176

Итак, мы получили еще одну формулу для вычисления объема прямоугольного параллелепипеда:

$$V = Sh$$

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

ПРИМЕР Какова высота бака, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, если его объем составляет 324 дм^3 , а площадь дна — 54 дм^2 ?

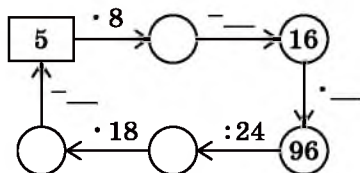
Решение. Из формулы $V = Sh$ следует, что $h = V : S$. Тогда искомую высоту h бака можно вычислить так: $h = 324 : 54 = 6$ (дм).

Ответ: 6 дм. ◀

1. Какими свойствами обладает объем фигуры?
2. Какой куб называют единичным?
3. Приведите примеры единиц измерения объема.
4. Что означает измерить объем фигуры?
5. Чему равен объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями a , b и c ?
6. По какой формуле вычисляют объем куба?
7. Как вычислить объем прямоугольного параллелепипеда, если известны его площадь основания и высота?

Решаем устно

1. Заполните пропуски в цепочке вычислений:



2. Сколько необходимо использовать кубиков с ребром 1 см, чтобы сложить кубик с ребром 2 см?
3. Сколько сантиметров проволоки потребуется для изготовления проволочного каркаса прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 3 см, 5 см и 6 см?
4. Расставьте вместо звездочек знаки «+» и «−» так, чтобы запись $20 * 30 * 10 * 80 * 70 = 50$ стала верным равенством.

Упражнения

- 626.° 1) Сколько сантиметров в одном дециметре? квадратных сантиметров в одном квадратном дециметре? кубических сантиметров в одном кубическом дециметре?
- 2) Сколько сантиметров в одном метре? квадратных сантиметров в одном квадратном метре? кубических сантиметров в одном кубическом метре?

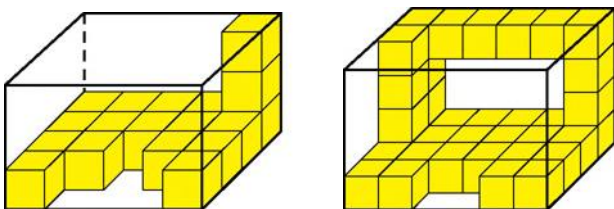


Рис. 177

- 627.° Фигуры, изображенные на рисунке 177, сложены из кубиков, ребра которых равны 1 см. Найдите объем каждой фигуры.
- 628.° Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 12 м, 15 м и 6 м.
- 629.° Найдите объем куба, ребро которого равно 6 см.
- 630.° Чему равен объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями 10 дм, 8 дм и 4 дм?
- 631.° Выразите:
- 1) в кубических миллиметрах: 7 см^3 ; 38 см^3 ; 12 см^3 243 мм³; 42 см^3 68 мм³; 54 см^3 4 мм³; 1 дм^3 20 мм³; 18 дм^3 172 см³; 35 дм^3 67 см³ 96 мм³;
 - 2) в кубических дециметрах: 4 м^3 ; 264 м^3 ; 10 м^3 857 дм³; 28 м^3 2 дм³; 44 000 см^3 ; 5 430 000 см^3 .
- 632.° Выразите в кубических сантиметрах: 8 дм^3 ; 62 дм^3 ; 378 000 мм^3 ; 520 000 мм^3 ; 78 дм^3 325 см³; 56 дм^3 14 см³; 8 м^3 4 дм³ 6 см³.
- 633.° Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 15 дм, длина на 3 дм больше ширины, а высота в 3 раза меньше длины. Найдите объем данного параллелепипеда.
- 634.° Высота прямоугольного параллелепипеда равна 20 см, что на 4 см меньше его длины и в 5 раз больше его ширины. Вычислите объем данного параллелепипеда.
- 635.° Объем прямоугольного параллелепипеда равен 560 см^3 , длина — 14 см, ширина — 8 см. Найдите высоту данного параллелепипеда.
- 636.° Длина прямоугольного параллелепипеда равна 18 см, высота — 15 см, а объем — 3240 см^3 . Найдите ширину данного параллелепипеда.
- 637.° Объем комнаты, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, равен 144 м^3 , а высота — 4 м. Найдите площадь пола комнаты.

638.* Площадь пола спортивного зала, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, равна 192 м^2 , а его объем — 960 м^3 . Найдите высоту спортивного зала.

639.* Найдите объем фигуры, изображенной на рисунке 178 (размеры даны в сантиметрах).

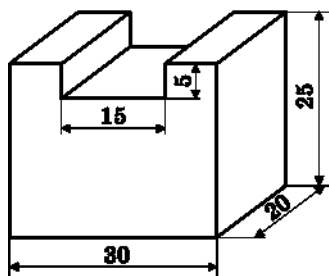


Рис. 178

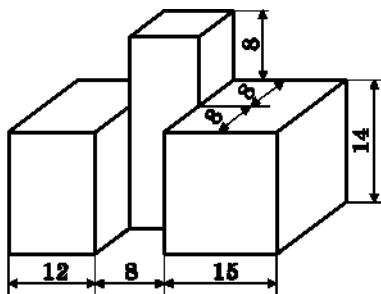


Рис. 179

640.* Найдите объем фигуры, изображенной на рисунке 179 (размеры даны в сантиметрах).

641.* Ребро куба, изготовленного из цинка, равно 4 см. Найдите массу куба, если масса 1 см^3 цинка составляет 7 г.

642.* Знайка сконструировал машину, которая за 8 ч может вырыть траншею, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, длиной 150 м, глубиной 80 см и шириной 60 см. Сколько кубометров земли выкапывает эта машина за 1 ч? Работу скольких коротышек выполняет эта машина, если за 8 ч один коротышка может выкопать 240 дм^3 земли?

643.* Куб и прямоугольный параллелепипед имеют равные объемы. Найдите площадь поверхности куба, если длина прямоугольного параллелепипеда равна 12 см, что в 2 раза больше ширины и в 4 раза больше высоты параллелепипеда.

644.* Ребро одного куба в 4 раза больше ребра второго. Во сколько раз: 1) площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго; 2) объем первого куба больше объема второго?

645.* Как изменится объем прямоугольного параллелепипеда, если:

- 1) длину увеличить в 4 раза, ширину — в 2 раза, высоту — в 5 раз;
- 2) ширину уменьшить в 4 раза, высоту — в 2 раза, а длину увеличить в 16 раз?

- 646.**** Как изменится объем прямоугольного параллелепипеда, если:
- 1) каждое измерение увеличить в 2 раза;
 - 2) длину уменьшить в 3 раза, высоту — в 5 раз, а ширину увеличить в 15 раз?
- 647.**** В бассейн, площадь дна которого равна 1 га, налили 1 000 000 л воды. Можно ли в этом бассейне провести соревнования по плаванию?
- 648.**** В кубе с ребром 3 см проделали три сквозных квадратных отверстия со стороной 1 см (рис. 180). Найдите объем оставшейся части.
- 649.*** Размеры куска мыла, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, равны 12 см, 6 см и 4 см. Каждый день используют одинаковую массу мыла. Через 14 дней все размеры куска мыла уменьшились в 2 раза. На сколько дней хватит оставшегося куска мыла?

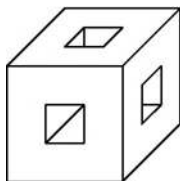


Рис. 180

Упражнения для повторения

- 650.** Из одного города одновременно в противоположных направлениях выехали автобус и грузовик. Через 4 ч после начала движения расстояние между ними составляло 528 км. Скорость движения автобуса 58 км/ч. С какой скоростью ехал грузовик?
- 651.** Из двух населенных пунктов, расстояние между которыми равно 54 км, одновременно выехали навстречу друг другу два велосипедиста и встретились через 2 ч после начала движения. Скорость движения первого велосипедиста составляла 12 км/ч. С какой скоростью ехал второй велосипедист?
- 652.** Найдите значение выражения:
- 1) $7a + 7b$, если $a + b = 14$;
 - 2) $m \cdot 17 + n \cdot 17$, если $m + n = 1000$;
 - 3) $k \cdot 9 + 9l$, если $k + l = 12$;
 - 4) $4c - 4d$, если $c - d = 125$;
 - 5) $x \cdot 23 - 23y$, если $x - y = 4$;
 - 6) $56p - r \cdot 56$, если $p - r = 11$.



Задача от Мудрой Совы

- 653.** В записи первого трехзначного числа использованы только цифры 2 и 3, а в записи второго — только цифры 3 и 4. Можно ли произведение этих чисел записать только цифрами 2 и 4?

24. Комбинаторные задачи

Предположим, что вы не можете вспомнить последнюю цифру номера телефона своего друга. Какое наибольшее количество номеров придется набрать, чтобы ему дозвониться?

Поскольку в конце телефонного номера может стоять любая из десяти цифр, то вам в худшем случае придется сделать 10 попыток, тем самым перебрав все возможные варианты.

Нередко в повседневной жизни мы встречаемся с задачами, решение которых требует рассмотрения и подсчета всех возможных случаев, или, как еще принято говорить, всех возможных **комбинаций**. Поэтому такие задачи называют **комбинаторными**.

ПРИМЕР 1 Одноклассницы Оля, Валя и Катя дежурят по школе. Сколькими способами классный руководитель может расставить девочек по одной на каждом из трех этажей школы?

Решение. Предположим, что Олю назначили дежурить на третьем этаже. Тогда на втором этаже может дежурить Валя или Катя, а на первом — соответственно Катя или Валя.

Получаем два способа (две комбинации, два варианта) распределения дежурства (девочки обозначены первыми буквами их имен):

3-й этаж:	О	О
2-й этаж:	В	К
1-й этаж:	К	В

Пусть теперь дежурной на третьем этаже назначили Валю. Тогда на втором этаже может дежурить Оля или Катя, а на первом — соответственно Катя или Оля. Получаем еще два способа распределения дежурства:

3-й этаж:	В	В
2-й этаж:	О	К
1-й этаж:	К	О

И наконец, предположим, что дежурной на третьем этаже назначили Катю. Получаем еще два способа распределения дежурства:

3-й этаж:	К	К
2-й этаж:	В	О
1-й этаж:	О	В

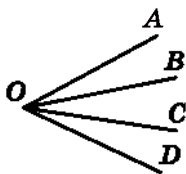
Таким образом, получили шесть способов распределения дежурства:

3-й этаж	О	О	В	В	К	К
2-й этаж	В	К	О	К	В	О
1-й этаж	К	В	К	О	О	В

Ответ: 6 способов. 

ПРИМЕР 2 Сколько углов изображено на рисунке 181?

Решение. Обозначение любого угла, изображенного на рисунке, состоит из трех букв, второй из которых обязательно является буква O , а две другие выбраны из букв A, B, C, D . Поэтому искомое количество углов равно количеству способов выбрать из букв A, B, C, D две буквы.

**Рис. 181**

Записывая все возможные варианты, надо учитывать, что комбинации, отличающиеся порядком следования букв, соответствуют одному и тому же углу. Например, комбинации AB и BA соответствуют одному и тому же углу AOB .

Вначале запишем все пары букв с первой буквой A :

AB, AC, AD .

Теперь запишем пары букв, у которых первая буква B , а вторая не является буквой A :

BC, BD .

Осталось записать пары букв, у которых первая буква C , а второй не является ни буква A , ни буква B :

CD .

Таким образом, получили шесть комбинаций: AB, AC, AD, BC, BD, CD .

Следовательно, на рисунке 181 изображено шесть углов.

Ответ: 6 углов. ◀



Какие задачи называют комбинаторными?

Решаем устно

- Одним слоем бумаги оклеили куб, ребро которого равно 3 дм. Сколько квадратных дециметров бумаги использовали для оклеивания куба?
- Объем прямоугольного параллелепипеда равен 240 см^3 . Какая из следующих троек чисел может задавать измерения этого параллелепипеда:
 - 4 см, 6 см, 12 см;
 - 5 см, 6 см, 8 см;
 - 3 см, 5 см, 10 см;
 - 10 см, 10 см, 24 см?

3. Сколько центнеров пшеницы можно засыпать в бункер, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна 8 м, ширина — 2 м, высота — 1 м, а масса 1 м^3 зерна составляет 8 ц?
4. Что больше и на сколько:
- 1) квадрат суммы чисел 4 и 3 или сумма их квадратов;
 - 2) разность квадратов чисел 10 и 8 или квадрат их разности;
 - 3) разность кубов чисел 5 и 3 или куб их разности?

Упражнения

- 654.* Запишите все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 1, 2 и 3 (цифры в числе могут повторяться).
- 655.* Запишите все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 1, 2 и 0 (цифры в числе могут повторяться).
- 656.* У ослика Иа есть три надувных шарика: красный, зеленый и желтый. Он хочет подарить по одному шарiku своим друзьям: Винни-Пуху, Пятачку и Кролику. Сколько вариантов сделать подарки своим друзьям есть у ослика Иа?
- 657.* Сколько двузначных чисел, все цифры которых различны, можно записать с помощью цифр 0, 1 и 2?
- 658.* В футбольном турнире участвуют команды 5 «А» класса, 5 «Б» класса и 5 «В» класса. Сколько существует способов распределения первого и второго мест среди этих команд? Решение какой из задач под номерами 654–657 аналогично решению этой задачи?
- 659.* Запишите все трехзначные числа, для записи которых используются цифры:
- 1) 3, 4 и 6;
 - 2) 4, 7 и 0.
- (Цифры в числе не могут повторяться.)
- 660.* Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр:
- 1) 1 и 2;
 - 2) 0 и 1?
- (Цифры в числе могут повторяться.)
- 661.* Запишите все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 2, 4, 9 и 0. (Цифры в числе могут повторяться.)
- 662.* Сколько двузначных чисел можно записать с помощью цифр 6, 7, 8 и 9 так, чтобы цифры были записаны в порядке возрастания?
- 663.* Сколько двузначных чисел можно записать с помощью цифр 6, 7, 8 и 9 так, чтобы цифры были записаны в порядке убывания?

- 664.* Сколько существует двузначных чисел, сумма цифр которых равна 5?
- 665.* Сколько двузначных чисел, сумма цифр которых равна четному числу, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 (цифры в числе могут повторяться)?
- 666.* Сколько двузначных чисел, сумма цифр которых равна нечетному числу, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3?
- 667.** Сколько существует различных прямоугольников, периметры которых равны 24 см, а длины сторон, выраженные в сантиметрах, являются натуральными числами?
- 668.** У Ани есть 30 одинаковых кубиков. Сколько различных прямоугольных параллелепипедов она может из них сложить, если для построения одного параллелепипеда надо использовать все имеющиеся 30 кубиков?
- 669.** На прямой отметили четыре точки: A , B , C и D . Сколько существует отрезков с концами в отмеченных точках?
- 670.** Подножие горы и ее вершину соединяют три тропы. Сколько существует маршрутов, ведущих от подножия к вершине и затем вниз к подножию?
- 671.** У Тани есть четыре платья и две пары туфель. Сколько у Тани есть вариантов выбрать наряд?
- 672.** В отряде космонавтов есть три пилота и два инженера. Сколько существует способов составить экипаж из одного пилота и одного инженера?
- 673.* На рисунке 182 приведен план одного района города. Отрезками изображены улицы. Сколько существует маршрутов из точки A в точку B , если передвигаться разрешено по улицам, ведущим на север или на восток?

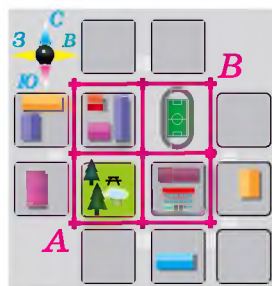


Рис. 182

Упражнения для повторения

674. Расстояние между двумя селами равно 28 км. Из этих сел одновременно в одном направлении выехали мотоциклист и автобус. Автобус ехал впереди со скоростью 42 км/ч, а мотоциклист ехал со скоростью 56 км/ч. Через сколько часов после начала движения мотоциклист догнал автобус?

675. Решите уравнение:

1) $1376 : (34 - x) = 86;$

3) $(x - 57) : 29 = 205;$

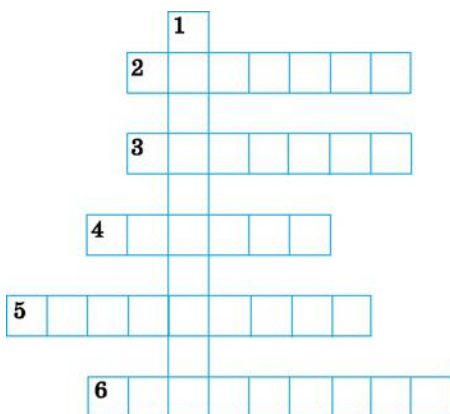
2) $9680 : (x + 219) = 16;$

4) $(x - 72) \cdot 9 = 927.$

676. Одно из слагаемых в 14 раз больше другого. Во сколько раз их сумма больше меньшего слагаемого?

677. Вычитаемое в 12 раз больше разности. Во сколько раз уменьшаемое больше разности?

678. Разгадайте кроссворд:



По горизонтали: 2. Результат действия деления. 3. Единица времени. 4. Единица измерения углов. 5. Компонент умножения. 6. Компонент сложения.

По вертикали: 1. «Царица наук».



Задача от Мудрой Совы

679. В классе 30 учащихся. Они сидят по двое за 15 партами так, что половина всех девочек сидит с мальчиками. Можно ли учеников класса пересадить так, чтобы половина всех мальчиков сидела с девочками?

ЗАДАНИЕ № 3 «ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ» В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Какую из данных единиц измерения используют при измерении площади?
А) 1 см Б) 1 с В) 1 га Г) 1 г
2. Чему равен корень уравнения $(x - 28) \cdot 16 = 1632$?
А) 130 Б) 120 В) 60 Г) 40
3. Упростите выражение $52 \cdot m \cdot 3$.
А) $156m$ Б) $52m$ В) $55m$ Г) $126m$
4. Укажите верное равенство.
А) $2(5 + x) = 5 + 2x$ В) $2(5 + x) = 12x$
Б) $2(5 + x) = 10 + x$ Г) $2(5 + x) = 10 + 2x$
5. Чему равен корень уравнения $7x + x - 5x = 132$?
А) 66 Б) 44 В) 12 Г) 11
6. Укажите число, которое может быть остатком при делении натурального числа a на 98.
А) 102 Б) 100 В) 98 Г) 96
7. Из двух сел, расстояние между которыми равно 18 км, одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Пешеход шел впереди со скоростью 3 км/ч, а велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч. Через сколько часов после начала движения велосипедист догнал пешехода?
А) 1 ч Б) 2 ч В) 3 ч Г) 4 ч
8. В каждом подъезде на каждом этаже девятиэтажного дома расположено по восемь квартир. Найдите номер этажа, на котором находится квартира № 173.
А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6
9. Стену длиной 6 м и высотой 2 м 40 см планируют обложить кафелем. Одна кафельная плитка имеет форму квадрата со стороной 15 см, а в одном контейнере находится 120 плиток. Какое наименьшее количество контейнеров с кафелем нужно приобрести для запланированной работы?
А) 4 контейнера В) 6 контейнеров
Б) 5 контейнеров Г) 7 контейнеров
10. Объем аквариума равен $120\,000\text{ см}^3$. Найдите высоту аквариума, если его длина равна 60 см, а ширина — 40 см.
А) 5000 см Б) 500 см В) 50 см Г) 5 см

11. Машинист пассажирского поезда, шедшего со скоростью 56 км/ч, заметил, что встречный товарный поезд, шедший со скоростью 34 км/ч, прошел мимо него за 15 с. Какова длина товарного поезда?
- А) 360 м Б) 375 м В) 400 м Г) 425 м
12. В меню школьной столовой есть два вида салата, два вида первого блюда и два вида второго блюда. Сколько вариантов выбора обеда есть у ученика этой школы, если обед состоит из салата, первого блюда и второго блюда?
- А) 8 Б) 12 В) 9 Г) 3

ГЛАВНОЕ В ПАРАГРАФЕ 3

Умножение

- Произведением числа a на натуральное число b , не равное 1, называют сумму, состоящую из b слагаемых, каждое из которых равно a .
- В равенстве $a \cdot b = c$ числа a и b называют множителями, а число c и запись $a \cdot b$ — произведением.
- Если один из двух множителей равен 1, то произведение равно другому множителю.
- Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю.
- Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

Свойства умножения

- Переместительное свойство: $ab = ba$.
- Сочетательное свойство: $(ab)c = a(bc)$.
- Распределительное свойство умножения относительно сложения: $a(b + c) = ab + ac$.
- Распределительное свойство умножения относительно вычитания: $a(b - c) = ab - ac$.

Деление

- Для натуральных чисел a , b и c равенство $a : b = c$ верно, если верно равенство $b \cdot c = a$.
- В равенстве $a : b = c$ число a называют делимым, число b — делителем, число c и запись $a : b$ — частным.
- На нуль делить нельзя.
- Для любого натурального числа a верны равенства: $0 : a = 0$; $a : a = 1$; $a : 1 = a$.

Деление с остатком

- $a = bq + r$, где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, $r < b$.
- Если остаток равен нулю, то говорят, что число a делится нацело на число b .

Свойства площади фигуры

- 1) Равные фигуры имеют равные площади;
- 2) площадь фигуры равна сумме площадей фигур, из которых она состоит.

Площадь прямоугольника

Площадь прямоугольника равна произведению длин его соседних сторон, выраженных в одних и тех же единицах.

Площадь квадрата

$S = a^2$, где S — площадь квадрата, a — длина его стороны.

Свойства объема фигуры

- 1) Равные фигуры имеют равные объемы;
- 2) объем фигуры равен сумме объемов фигур, из которых она состоит.

Объем прямоугольного параллелепипеда

$V = abc$, где V — объем параллелепипеда, a , b и c — его измерения, выраженные в одних и тех же единицах;

$V = Sh$, где S — площадь основания параллелепипеда, h — его высота.

Объем куба

$V = a^3$, где V — объем куба, a — длина его ребра.

Раздел II

ДРОБНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ



§ 4. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

25. Понятие обыкновенной дроби

Вы знаете, что, кроме натуральных чисел и нуля, существуют и другие числа — **дробные**.

Дробные числа появляются, когда один предмет (яблоко, арбуз, торт, буханку хлеба, лист бумаги) или единицу измерения (метр, час, килограмм, градус) делят на несколько *равных* частей.

Такие слова, как «полбуханки», «полкилограмма», «поллитра», «четверть часа», «треть пути», «полтора метра», наверное, вы слышите каждый день.

Половина, четверть, треть, одна сотая, полтора — это примеры дробных чисел.

Рассмотрим пример.

На день рождения к вам в гости пришли 10 друзей. Праздничный торт вы разрезали на 10 равных частей (рис. 183). Тогда каждому гостю досталась одна десятая торта. Пишут: $\frac{1}{10}$ торта (читают: «одна десятая торта»).

Такую «двухэтажную» запись используют для обозначения и других дробных чисел. Например: полкилограмма — $\frac{1}{2}$ килограмма (читают: «одна вторая килограмма»); четверть часа — $\frac{1}{4}$ часа



Рис. 183



Рис. 184

(читают: «одна четвертая часа»); треть пути — $\frac{1}{3}$ пути (читают: «одна третья пути»).

Если двое ваших гостей не любят сладкого, то сладкоежке достанется $\frac{3}{10}$ торта (читают: «три десятых торта»; рис. 184).

Записи вида $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{24}$ и т. п. называют **обыкновенными дробями**, или короче — **дробями**.

Обыкновенные дроби записывают с помощью двух натуральных чисел и *черты дроби*.

Число, записанное над чертой, называют **числителем дроби**; число, записанное под чертой, называют **знаменателем дроби**.

Знаменатель дроби показывает, на сколько равных частей разделили нечто целое, а числитель — сколько таких частей взяли.

Так, на рисунке 185 равносторонний треугольник ABC разделили на 4 равные части — 4 равных треугольника. Три из них закрашены. Можно сказать, что закрашена фигура, площадь ко-

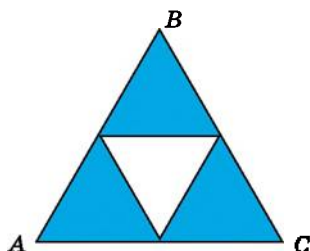


Рис. 185

торой составляет $\frac{3}{4}$ площади треугольника ABC . Или говорят: закрашено $\frac{3}{4}$ треугольника ABC .

На рисунке 186 единичный отрезок OA координатного луча разделен на пять равных частей. Отрезок OB составляет $\frac{2}{5}$ единичного отрезка OA . Точка B изображает число $\frac{2}{5}$. Число $\frac{2}{5}$ называют

координатой точки B и пишут: $B\left(\frac{2}{5}\right)$. Поскольку отрезок OC составляет $\frac{4}{5}$ единичного отрезка OA , то координата точки C равна $\frac{4}{5}$, то есть $C\left(\frac{4}{5}\right)$.

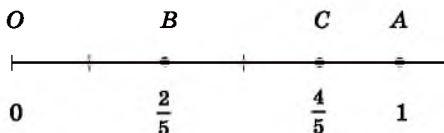


Рис. 186

ПРИМЕР 1 В саду Барвинка растут 24 дерева, из них 7 — яблони. Какую часть всех деревьев составляют яблони?

Решение. Поскольку в саду растут 24 дерева, то одна яблоня составляет $\frac{1}{24}$ всех деревьев, а 7 яблонь — $\frac{7}{24}$ всех деревьев.

Ответ: $\frac{7}{24}$. 

ПРИМЕР 2 В саду Барвинка растут 24 дерева, из них $\frac{5}{8}$ составляют вишни. Сколько вишен растет в саду?

Решение. Знаменатель дроби $\frac{5}{8}$ показывает, что количество всех деревьев, растущих в саду, надо разделить на 8 равных частей. Поскольку в саду растут 24 дерева, то одна часть составляет $24 : 8 = 3$ (дерева).

Числитель дроби $\frac{5}{8}$ показывает, что надо взять 5 таких частей.

Тогда $\frac{5}{8}$ деревьев сада — это $3 \cdot 5 = 15$ (деревьев).

Ответ: 15 вишен. 

ПРИМЕР 3 Барвинок собрал урожай с 16 деревьев, что составляет $\frac{2}{3}$ всех деревьев его сада. Сколько всего деревьев растет в саду?

Решение. Дробь $\frac{2}{3}$ показывает, что количество всех деревьев было разделено на 3 равные части и взято 2 такие части.

Следовательно, две части составляют 16 деревьев.

Тогда одна часть, то есть $\frac{1}{3}$ всех деревьев, составляет $16 : 2 = 8$ (деревьев). Поскольку таких частей 3, то всего в саду растут $8 \cdot 3 = 24$ (деревя).

Ответ: 24 дерева. ◀



1. Когда возникает потребность в дробных числах?
2. Как записывают обыкновенные дроби?
3. Как называют число, записанное над чертой дроби? под чертой дроби?
4. Что показывает знаменатель дроби? числитель дроби?

Решаем устно

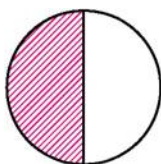
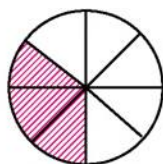
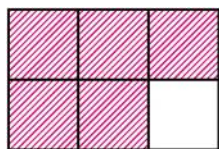
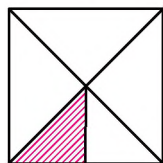
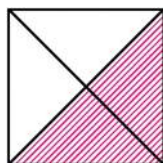
1. Сколько граммов:
 - 1) в пятой части килограмма;
 - 2) в десятой части килограмма?
2. Сколько килограммов:
 - 1) в четвертой части тонны;
 - 2) в двадцатой части центнера?
3. Сколько секунд:
 - 1) в третьей части минуты;
 - 2) в двенадцатой части минуты;
 - 3) в девятой части часа;
 - 4) в тридцатой части часа?
4. Ширина прямоугольника равна 8 см, что составляет половину его длины. Вычислите периметр прямоугольника.
5. Знак какого арифметического действия надо поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное равенство:
 - 1) $83 * 1 = 83$;
 - 2) $2 * 2 = 4$;
 - 3) $58 * 0 = 58$;
 - 4) $34 * 0 = 0$?
6. Вычислите:
 - 1) сумму частного чисел 72 и 9 и числа 22;
 - 2) разность числа 60 и частного чисел 126 и 6;
 - 3) произведение частного чисел 714 и 7 и числа 0.

Упражнения

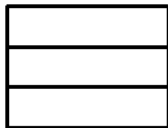
- 680.° Прочитайте дроби: $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{6}{13}$; $\frac{21}{29}$. Назовите числитель и знаменатель каждой дроби и поясните, что они означают.
- 681.° Запишите в виде дроби число:
- 1) две пятых;

- 2) семь тринадцатых;
- 3) двадцать две шестидесятых;
- 4) тридцать четыре сорок третьих;
- 5) тридцать девять сотых;
- 6) сто двадцать семь тысячных.

682.° Запишите дробью, какая часть фигуры, изображенной на рисунке 187, заштрихована.

*a**б**в**г**д**е***Рис. 187**

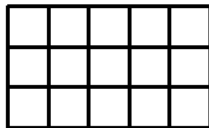
683.° Перерисуйте фигуры, изображенные на рисунке 188, в тетрадь и закрасьте соответствующие части фигур.



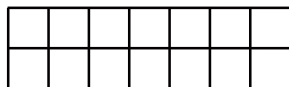
$$\frac{1}{3}$$



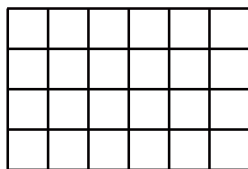
$$\frac{3}{5}$$



$$\frac{7}{15}$$



$$\frac{9}{14}$$



$$\frac{5}{24}$$

Рис. 188

684.° Выразите:

- 1) в метрах: 1 см; 5 см; 24 см; 1 дм; 7 дм; 1 мм; 4 мм; 39 мм; 247 мм;
2) в часах: 1 мин; 7 мин; 19 мин; 39 мин; 1 с; 4 с; 58 с.

685.° Выразите в тоннах: 1 кг; 327 кг; 58 кг; 1 ц; 3 ц.

686.° В саду растут 56 деревьев, из них 23 дерева — черешни. Какую часть деревьев составляют черешни?

687.° В 5 классе 32 учащихся, из них 7 учащихся написали контрольную работу по математике на 12 баллов. Какую часть учащихся класса они составляют?

688.° В книге напечатаны два рассказа. Один рассказ занимает 14 страниц, а второй — 19 страниц. Какую часть книги занимает каждый рассказ?

689.° Маша испекла 24 пирожка с повидлом и 28 пирожков с маком. Какую часть всех пирожков составляли пирожки с повидлом и какую часть — пирожки с маком?

690.° Найдите от числа 36:

- 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{5}{6}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{5}{12}$; 6) $\frac{11}{18}$.

691.° Найдите от числа 28:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{7}$; 3) $\frac{9}{14}$; 4) $\frac{19}{28}$.

692.° Петя прочитал $\frac{4}{9}$ книги, в которой 180 страниц. Сколько страниц прочитал Петя?

693.° Галя слепила 72 вареника с мясом и с картошкой, причем вареники с мясом составляли $\frac{5}{8}$ всех вареников. Сколько вареников с мясом сделала Галя?

694.° Площадь одного из самых красивых озер Украины — горного озера Синевир (Закарпатье) составляет $\frac{1}{3000}$ площади озера Сасык (Одесская область) — самого большого озера Украины. Сколько квадратных метров составляет площадь озера Синевир, если площадь озера Сасык равна 210 км^2 ?



Озеро Синеvir

695.° Найдите число, если: 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{7}$; 5) $\frac{7}{11}$; 6) $\frac{21}{23}$ его равняется 42.

696.° Найдите число, если: 1) $\frac{1}{9}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{3}{10}$; 5) $\frac{5}{6}$; 6) $\frac{18}{19}$ его равняется 90.

697.° Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен 9 см. Отметьте на нем точки, соответствующие дробям: $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{8}{9}$.

698.° Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен 12 см. Отметьте на нем точки, соответствующие дробям: $\frac{1}{12}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{6}{12}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{11}{12}$.

699.° В саду растут 24 вишни, что составляет $\frac{2}{9}$ всех деревьев сада. Сколько всего деревьев растет в саду?

700.° За контрольную работу по математике оценку «9» получили 12 учащихся, что составляет $\frac{4}{11}$ учащихся класса. Сколько учащихся в этом классе?

701.° Какую часть площадь закрашенного треугольника (рис. 189) составляет от площади:

- 1) треугольника ABD ;
- 2) четырехугольника $ABCD$;
- 3) четырехугольника $ABCE$?

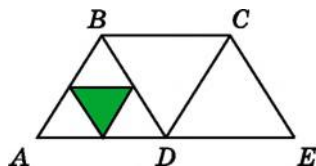


Рис. 189

702.* Сторона квадрата $ABCD$ равна 8 см (рис. 190). Найдите общую площадь закрашенных частей квадрата.

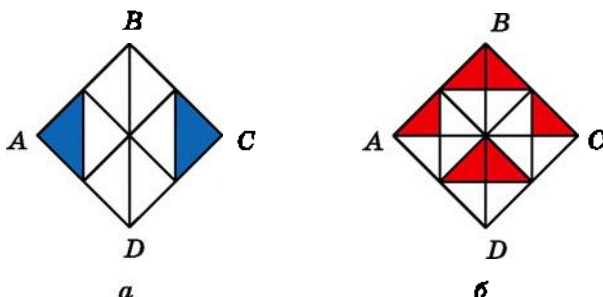


Рис. 190

703.* Сторона квадрата $ABCD$ равна 4 см (рис. 191). Найдите общую площадь закрашенных частей квадрата.

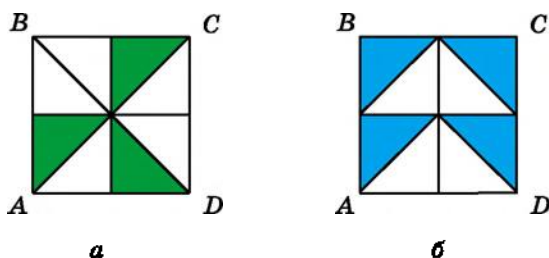


Рис. 191

704.* Сколько градусов составляют:

- 1) $\frac{2}{15}$ величины прямого угла;
- 2) $\frac{11}{20}$ величины развернутого угла?

705.* Сколько градусов составляют:

- 1) $\frac{7}{18}$ величины прямого угла;
- 2) $\frac{5}{12}$ величины развернутого угла?

706.* Три рыбака поймали 168 рыб. Щукин поймал $\frac{5}{14}$ всех рыб, Окунев — $\frac{8}{21}$ всех рыб, а Карасев — остальных. Сколько рыб поймал Карасев?

707.* За четыре дня яхта капитана Врунгеля «Беда» прошла 624 км.

В первый день было пройдено $\frac{2}{13}$ всего расстояния, во второй — $\frac{5}{26}$, в третий — $\frac{5}{12}$, а в четвертый — оставшееся расстояние. Сколько километров прошла яхта в четвертый день?

708.* Маркиз Карабас подарил Коту в сапогах 9 кг 450 г сметаны.

За первую неделю Кот в сапогах съел $\frac{8}{21}$ подарка, а за вторую неделю — $\frac{9}{13}$ остатка. Сколько сметаны съел Кот в сапогах за вторую неделю?

709.* Илья Муромец заготовил на зиму для своего коня 4 т 9 ц

овса. В декабре конь съел $\frac{3}{7}$ всего запаса овса, а в январе — $\frac{9}{14}$ остатка. Сколько центнеров овса конь съел в январе?

710.* Фермеры Иван, Назар и Тарас вырастили вместе 612 т ячме-

ня и поделили урожай между собой. Ивану досталось $\frac{5}{17}$ всего урожая, Назару — $\frac{9}{16}$ остатка. Сколько тонн ячменя получил Тарас?

711.* Чебурашка, крокодил Гена и мадам Шапокляк поехали в Херсон на уборку арбузов. Вместе они заработали 1024 грн и разделили их в соответствии с тем, кто как работал. Чебураш-

ка получил $\frac{11}{32}$ заработанных денег, крокодил Гена — $\frac{5}{8}$ остатка.

Кто из этой компании самый трудолюбивый?

712.* В детский санаторий завезли бананы, апельсины и мандари-

ны. Масса апельсинов составляет $\frac{12}{35}$ массы бананов, а масса

мандаринов — $\frac{7}{12}$ массы апельсинов. Сколько килограммов апельсинов и мандаринов вместе завезли в санаторий, если бананов завезли 245 кг?

713.* Путешествуя на лодке по Днепру, Барвинок за первую не-

делю проплыл 72 км, за вторую неделю — $\frac{7}{8}$ того, что проплыл

за первую неделю, а за третью — $\frac{8}{9}$ того, что проплыл за вторую.

На сколько километров меньше проплыл Барвинок за третью неделю, чем за вторую?

714.* Из двух портов, расстояние между которыми равно 576 миль, одновременно навстречу друг другу вышли корабли капитана Врунгеля и Синдбада-морехода. Яхта капитана Врунгеля проходила за день 42 мили, что составляет $\frac{7}{9}$ того, что проходил за день корабль Синдбада. Через сколько дней после начала движения встретились мореплаватели?

715.* Из Цветочного и Солнечного городов выехали одновременно навстречу друг другу Знайка и Незнайка. Знайка ехал со скоростью 56 км/ч, что составляло $\frac{8}{11}$ скорости движения Незнайки. Через сколько часов после начала движения они встретились, если расстояние между городами равно 532 км?

716.** Найдите число, $\frac{2}{3}$ которого равны $\frac{3}{7}$ числа 210.

717.** Найдите $\frac{5}{8}$ числа, $\frac{5}{12}$ которого равны 160.

718.** Одно из слагаемых равно 324 и составляет $\frac{12}{25}$ суммы. Найдите второе слагаемое.

719.** Найдите разность двух чисел, если вычитаемое равно 658 и составляет $\frac{7}{15}$ уменьшаемого.

Упражнения для повторения

720. Решите уравнение:

1) $9x - 4x + 39 = 94$;

2) $7y + 2y - 34 = 83$.

721. С двух яблонь Ивасик-Телесик собрал 65 кг яблок, причем с одной яблони он собрал на 17 кг меньше, чем со второй. Сколько килограммов яблок он собрал с каждой яблони?



Задача от Мудрой Совы

722. К пяти разным замкам есть пять ключей, причем неизвестно, какой ключ к какому замку подходит. Барон Мюнхгаузен утверждает, что можно не более чем за 10 попыток подобрать ключ к каждому замку. Прав ли барон Мюнхгаузен?

Когда сделаны уроки

«Попасть в дроби»

Возможно, не все «задачи на дроби» вы могли легко решить. Не огорчайтесь, что для решения некоторых из них пришлось приложить немало усилий. Ведь еще 250 лет назад в учебниках по арифметике раздел «Дроби» был необязательным для изучения, и его помещали в конец книги. В Средние века умение легко оперировать с дробями было признаком высокого математического мастерства. Недаром в немецком языке до наших дней сохранилась поговорка «Mit etw. in die Brüche kommen», что в переводе означает «попасть в дроби». Ее используют тогда, когда хотят сказать, что человек оказался в затруднительном положении.

Древнегреческие ученые вообще считали, что в математике должны рассматриваться только целые числа. Великий философ Платон писал: «Если ты захочешь делить единицу, математики высмеют тебя и не позволят этого делать».

Однако опыт человечества показывает, что искусственные барьеры, которыми отгораживают науку от жизни, очень непрочны. Так, сами же греки обнаружили, что две струны одновременно звучат наиболее мелодично, когда отношение их длин равно $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$

или $\frac{3}{4}$.

Вообще, дроби появились в глубокой древности, задолго до древнегреческой цивилизации.

Первые дроби, с которыми нас знакомит история, — это дроби вида $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, Например, древние египтяне для записи дробей придумали специальные знаки (рис. 192). Интересно, что египтяне не пользовались дробями с числителями, отличными от единицы.

$$\frac{1}{3} = \text{знак} \quad \frac{1}{4} = \text{знак}$$

Рис. 192

В Вавилоне использовали шестидесятеричные дроби, то есть дроби со знаменателями 60, 60², 60³ и т. д., а в Древнем Риме — двенадцатеричные дроби. Например, одну из единиц массы называли *ассом*, а $\frac{1}{12}$ асса — *унцией*.

Слово «дробь» происходит от глагола «дробить», что означает разбивать на части, ломать. Видимо, поэтому в старых учебниках

по математике дроби называли «ломаными числами». Некоторые часто встречающиеся дроби имели специальные названия: $\frac{1}{2}$ — половина, $\frac{1}{4}$ — четь, $\frac{1}{8}$ — полчеть, $\frac{1}{16}$ — полполчеть, $\frac{1}{3}$ — треть, $\frac{1}{6}$ — полтреть, $\frac{1}{12}$ — полполтреть.

Запись дробей, близкую к современной, создали в Индии, но в «двухэтажной» записи не было черты дроби. Она появилась позже у арабов.

26. Правильные и неправильные дроби.

Сравнение дробей

Может ли числитель дроби быть равным ее знаменателю? Да, может. На рисунке 193 прямоугольник разделили на 7 равных частей и все части заштриховали. Следовательно, заштрихованными оказались $\frac{7}{7}$ площади прямоугольника, то есть весь прямоугольник. Значит, $\frac{7}{7}$ прямоугольника равны 1 прямоугольнику, то есть $\frac{7}{7} = 1$.



Рис. 193

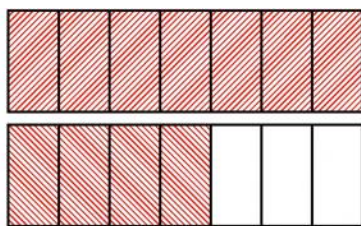


Рис. 194

Рассуждая аналогично, получим, что, например, $\frac{5}{5} = \frac{17}{17} = 1$.

Если числитель дроби равен знаменателю, то дробь равна единице.

В буквенном виде этот вывод можно записать так:

$$\frac{m}{m} = 1,$$

где m — натуральное число.

А может ли возникнуть такая «неправильная» ситуация, когда числитель дроби окажется больше знаменателя?

На рисунке 194 изображены два равных прямоугольника, каждый из которых разделен на 7 равных частей. Мы заштриховали весь первый прямоугольник и 4 из 7 частей второго прямоугольника. В таких случаях говорят, что заштриховано $\frac{11}{7}$ прямоугольника.

Обратившись к рисунку 195, можно сказать, что гости, пришедшие на день рождения, могут съесть $\frac{13}{10}$ праздничного торта.



Рис. 195

Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называют **правильной**.

Дробь, у которой числитель больше знаменателя или равен ему, называют **неправильной**.

Например:

дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{584}$ — правильные;

дроби $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{31}{15}$ — неправильные.

На рисунке 196 изображена точка $C\left(\frac{1}{7}\right)$. Если отрезок OC отложить 11 раз от точки O , то получим точку M , координата которой равна $\frac{11}{7}$.

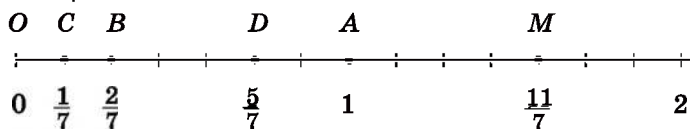


Рис. 196

На рисунке 197 заштриховано $\frac{2}{7}$ прямоугольника. При этом большая часть ($\frac{5}{7}$ прямоугольника) осталась незаштрихованной.

Можно сделать вывод, что $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$.



Рис. 197

Этот пример иллюстрирует следующее свойство дробей.

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше, а меньше та, у которой числитель меньше.

Например, $\frac{5}{9} > \frac{1}{9}$; $\frac{2}{17} < \frac{5}{17}$; $\frac{11}{7} > \frac{5}{7}$.

Рассмотрим правильную дробь $\frac{2}{7}$ и неправильную дробь $\frac{11}{9}$.

Сравним эти дроби с единицей. Имеем: $\frac{2}{7} < \frac{7}{7}$, то есть $\frac{2}{7} < 1$,

а $\frac{11}{9} > \frac{9}{9}$, то есть $\frac{11}{9} > 1$.

Эти примеры иллюстрируют следующее свойство.

Все правильные дроби меньше единицы, а неправильные — больше или равны единице.

Это свойство позволяет сделать следующий вывод.

Каждая неправильная дробь больше любой правильной дроби, а каждая правильная дробь меньше любой неправильной дроби.

Например, $\frac{15}{8} > \frac{3}{5}$; $\frac{4}{11} < \frac{7}{4}$.

Отметим, что на координатном луче из двух дробей большая дробь расположена правее меньшей.

Например, точка $D\left(\frac{5}{7}\right)$ лежит правее точки $B\left(\frac{2}{7}\right)$, поскольку

$$\frac{5}{7} > \frac{2}{7} \text{ (рис. 196).}$$

Рассмотрим два равных прямоугольника (рис. 198) и заштрихуем $\frac{3}{7}$ одного прямоугольника и $\frac{3}{10}$ второго. Видно, что площадь заштрихованной части первого прямоугольника больше площади заштрихованной части второго прямоугольника. Тогда получаем, что $\frac{3}{7} > \frac{3}{10}$.

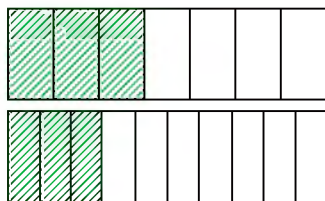


Рис. 198

Этот пример иллюстрирует следующее свойство дробей.

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше, а меньше та, у которой знаменатель больше.

В 6 классе вы научитесь сравнивать любые две обыкновенные дроби.

ПРИМЕР Найдите все натуральные значения a , при которых одновременно дробь $\frac{5}{a}$ будет правильной, а дробь $\frac{9}{a}$ — неправильной.

Решение. Чтобы дробь $\frac{5}{a}$ была правильной, значение a должно быть больше 5, а чтобы дробь $\frac{9}{a}$ была неправильной, значение a должно быть меньше или равно 9. Тогда a может принимать одно из четырех значений: 6; 7; 8; 9. ◀



1. Какому числу равна дробь, у которой числитель равен знаменателю?
2. Какую дробь называют правильной?
3. Какую дробь называют неправильной?
4. Какая из двух дробей с равными знаменателями больше? меньше?
5. Сравните с единицей любую правильную дробь; любую неправильную дробь.
6. Сравните любую неправильную дробь с любой правильной дробью.
7. Какая из двух дробей с одинаковыми числителями больше?

Решаем устно

1. Какую часть составляет:
 - 1) длина стороны квадрата от его периметра;
 - 2) секунда от часа;
 - 3) сутки от невисокосного года;
 - 4) угол, градусная мера которого равна 15° , от прямого угла;
 - 5) угол, градусная мера которого равна 20° , от развернутого угла?
2. Дима находится в школе с 8 ч 30 мин до 14 ч 30 мин. Какую часть суток Дима проводит в школе?
3. Ваня собрал 35 грибов, из которых $\frac{4}{7}$ составляют белые. Сколько белых грибов собрал Ваня?
4. В саду растут 36 вишен, что составляет $\frac{4}{9}$ всех деревьев. Сколько деревьев растет в саду?
5. Пешеход и велосипедист отправились навстречу друг другу из двух поселков, расстояние между которыми равно 28 км. Пешеход до встречи прошел $\frac{2}{7}$ пути. Сколько километров проехал до встречи велосипедист?

Упражнения

- 723.° Запишите все правильные дроби со знаменателем 8.
- 724.° Запишите все правильные дроби со знаменателем 11.
- 725.° Запишите все неправильные дроби с числителем 8.
- 726.° Запишите все неправильные дроби с числителем 11.
- 727.° Сравните числа:
- | | | | |
|--|--|--------------------------------------|-------------------------|
| 1) $\frac{5}{13}$ и $\frac{7}{13}$; | 3) $\frac{9}{25}$ и $\frac{4}{25}$; | 5) $\frac{29}{5}$ и $\frac{29}{6}$; | 7) $\frac{7}{12}$ и 1; |
| 2) $\frac{37}{41}$ и $\frac{34}{41}$; | 4) $\frac{11}{15}$ и $\frac{11}{13}$; | 6) $\frac{5}{23}$ и $\frac{5}{24}$; | 8) $\frac{16}{15}$ и 1; |

$$9) \frac{34}{34} \text{ и } 1; \quad 10) \frac{3}{3} \text{ и } \frac{19}{19}; \quad 11) \frac{3}{4} \text{ и } \frac{4}{3}; \quad 12) \frac{32}{37} \text{ и } \frac{5}{4}.$$

728.° Сравните числа:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{16}{23} \text{ и } \frac{9}{23}; & 4) \frac{17}{40} \text{ и } \frac{17}{45}; & 7) 1 \text{ и } \frac{11}{14}; & 10) \frac{22}{22} \text{ и } \frac{4}{4}; \\ 2) \frac{29}{58} \text{ и } \frac{31}{58}; & 5) \frac{9}{4} \text{ и } \frac{9}{2}; & 8) 1 \text{ и } \frac{28}{25}; & 11) \frac{27}{28} \text{ и } \frac{28}{27}; \\ 3) \frac{17}{100} \text{ и } \frac{21}{100}; & 6) \frac{3}{98} \text{ и } \frac{3}{94}; & 9) 1 \text{ и } \frac{68}{68}; & 12) \frac{7}{6} \text{ и } \frac{57}{59}. \end{array}$$

729.° Расположите дроби в порядке убывания: $\frac{4}{27}; \frac{9}{27}; \frac{8}{27}; \frac{24}{27};$
 $\frac{20}{27}.$

730.° Расположите дроби в порядке возрастания: $\frac{3}{20}; \frac{1}{20}; \frac{7}{20}; \frac{9}{20};$
 $\frac{17}{20}.$

731.* Найдите все натуральные значения x , при которых дробь $\frac{x}{9}$ будет правильной.

732.* Найдите все натуральные значения x , при которых дробь $\frac{x}{15}$ будет правильной.

733.* Найдите все натуральные значения x , при которых дробь $\frac{6}{x}$ будет неправильной.

734.* Найдите все натуральные значения x , при которых дробь $\frac{13}{x}$ будет неправильной.

735.* За смену рабочий должен изготовить по норме 63 детали. Но Иван Трудолюб выполняет $\frac{9}{7}$ нормы. Сколько деталей изготавливает за смену Иван Трудолюб? На сколько деталей больше нормы он изготавливает за смену?

736.* Порция галушек в кафе «Пампушечка» состоит из 18 галушек. Петр Гурманенко съедает за обедом $\frac{20}{9}$ порции. Сколько галушек съедает за обедом Петр? На сколько галушек больше обычной порции он съедает?

737.* Найдите все натуральные значения x , при которых выполняется неравенство:

$$1) \frac{x}{14} < \frac{9}{14}; \quad 2) \frac{9}{16} < \frac{9}{x}.$$

738.* Найдите все натуральные значения x , при которых выполняется неравенство:

$$1) \frac{7}{17} > \frac{x}{17}; \quad 2) \frac{12}{x} > \frac{12}{11}.$$

739.* Какие цифры можно поставить вместо звездочки, чтобы:

1) дробь $\frac{4*6}{476}$ была неправильной;

2) дробь $\frac{584}{5*6}$ была правильной?

740.** Найдите все натуральные значения b , при которых дробь $\frac{3b+2}{16}$ будет правильной.

741.** Найдите все натуральные значения b , при которых дробь $\frac{42}{10+4b}$ будет неправильной.

742.** Найдите все натуральные значения a , при которых одновременно:

1) обе дроби $\frac{a}{12}$ и $\frac{7}{a}$ будут правильными;

2) дробь $\frac{3}{a}$ будет правильной, а дробь $\frac{6}{a}$ — неправильной.

743.** Найдите все натуральные значения a , при которых одновременно:

1) обе дроби $\frac{a}{8}$ и $\frac{9}{a}$ будут неправильными;

2) обе дроби $\frac{a}{10}$ и $\frac{15}{a}$ будут неправильными, а дробь $\frac{a}{13}$ — правильной.

Упражнения для повторения

744. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 180 дм^3 , а два его измерения — 6 дм и 15 дм. Найдите сумму длин всех ребер параллелепипеда.

745. Из двух городов, расстояние между которыми составляет 392 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Скорость одного автомобиля равна 48 км/ч, что состав-

ляет $\frac{6}{7}$ скорости второго автомобиля. Какое расстояние будет между автомобилями через 5 ч после начала движения?



Задача от Мудрой Совы

746. Винни-Пух, Пятачок, Иа и Кролик съели вместе 70 бананов, причем каждый из них съел хотя бы один банан. Винни-Пух съел больше, чем кто-либо из них, Кролик и Иа съели вместе 45 бананов. Сколько бананов съел Пятачок?

27. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

Дробные числа, как и натуральные числа, можно складывать и вычитать.

На рисунке 199 прямоугольник разделен на 9 равных частей. Сначала закрасили 2 части, а потом еще 5 частей. Таким образом, закрашенными оказались $\frac{7}{9}$ прямоугольника. Тогда можно сделать вывод, что

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}.$$

Этот пример иллюстрирует следующее правило.

Чтобы найти сумму двух дробей с одинаковыми знаменателями, надо сложить их числители, а знаменатель оставить прежним.

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

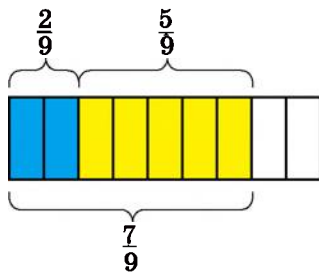


Рис. 199

Рассмотрим разность $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$. Вычтем из дроби $\frac{7}{9}$ дробь $\frac{2}{9}$ означает найти такое число, которое в сумме с числом $\frac{2}{9}$ дает число $\frac{7}{9}$.

Поскольку $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$, то $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$.

Чтобы найти разность двух дробей с одинаковыми знаменателями, надо из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого, а знаменатель оставить прежним.

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

В 6 классе вы научитесь складывать и вычитать любые две обыкновенные дроби.

ПРИМЕР На выполнение домашнего задания по математике Вася потратил 32 мин. Решение задачи заняло у него $\frac{3}{8}$ потраченного времени, а решение уравнения — $\frac{2}{8}$ потраченного времени. Сколько минут потратил Вася на решение задачи и уравнения?

Решение. 1) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ (времени) — Вася потратил на решение задачи и уравнения.

2) $32 : 8 = 4$ (мин) — составляют $\frac{1}{8}$ всего потраченного времени.

3) $4 \cdot 5 = 20$ (мин) — Вася потратил на решение задачи и уравнения.

Ответ: 20 мин. ◀



1. Сформулируйте правило сложения двух дробей с одинаковыми знаменателями.
2. Сформулируйте правило вычитания двух дробей с одинаковыми знаменателями.

Решаем устно

1. Какие цифры можно поставить вместо звездочки, чтобы дробь $\frac{372}{3*5}$ была правильной?
2. На шахматной доске стоят 14 фигур, из которых 5 — черные. Какую часть всех фигур составляют белые фигуры? Какую часть черных фигур составляют белые? Какую часть белых фигур составляют черные?
3. Из суммы чисел 19 и 23 вычите 34.

4. К сумме чисел 18 и 16 прибавьте их разность.

5. Удвойте сумму $37 + 100 + 63$.

6. Назовите в порядке убывания числа: $\frac{9}{49}$; $\frac{8}{49}$; 1; $\frac{24}{49}$; $\frac{50}{49}$; $\frac{100}{49}$.

Упражнения

747.° Выполните действия:

1) $\frac{7}{18} + \frac{5}{18}$;

3) $\frac{23}{47} - \frac{14}{47}$;

5) $\frac{3}{29} + \frac{6}{29} - \frac{8}{29}$;

2) $\frac{11}{24} + \frac{8}{24}$;

4) $\frac{31}{58} - \frac{16}{58}$;

6) $\frac{29}{64} - \frac{14}{64} - \frac{9}{64}$.

748.° Выполните действия:

1) $\frac{5}{19} + \frac{6}{19}$;

3) $\frac{19}{25} + \frac{4}{25} - \frac{22}{25}$;

2) $\frac{7}{13} - \frac{4}{13}$;

4) $\frac{34}{39} - \frac{15}{39} - \frac{8}{39}$.

749.° Решите уравнение:

1) $\frac{4}{15} + x = \frac{11}{15}$;

2) $\frac{16}{21} - x = \frac{9}{21}$;

3) $x - \frac{4}{35} = \frac{12}{35}$.

750.° Решите уравнение:

1) $\frac{7}{10} + x = \frac{9}{10}$;

2) $\frac{29}{32} - x = \frac{15}{32}$.

751.° В первый день Миша прочитал $\frac{5}{16}$ книги, а во второй день —

$\frac{7}{16}$ книги. Какую часть книги прочитал Миша за два дня?

752.° Для перевозки груза использовали несколько грузовиков.

На один из них положили $\frac{6}{19}$ груза, а на второй — $\frac{8}{19}$ груза.

Какую часть груза перевезли эти две машины?

753.° Кот Базилио съел за обедом $\frac{9}{20}$ кг сосисок, а лиса Алиса —

на $\frac{3}{20}$ кг больше, чем Базилио. Сколько килограммов сосисок съели за обедом Базилио и Алиса вместе?

754.° Отправившись на прогулку, черепаха Тортила за первый час проползла $\frac{23}{50}$ км, что на $\frac{5}{50}$ км больше, чем за второй час.

Сколько километров проползла Тортила за два часа?

755.* Решите уравнение:

$$1) \frac{52}{63} - \frac{x}{63} = \frac{25}{63};$$

$$3) \left(\frac{12}{13} + x \right) - \frac{5}{13} = \frac{9}{13};$$

$$2) \frac{x}{38} + \frac{14}{38} = \frac{23}{38};$$

$$4) \left(x - \frac{21}{31} \right) + \frac{14}{31} = \frac{25}{31}.$$

756.* Решите уравнение:

$$1) \frac{x}{72} - \frac{13}{72} = \frac{29}{72};$$

$$3) \frac{15}{17} - \left(b - \frac{3}{17} \right) = \frac{6}{17};$$

$$2) \left(\frac{29}{42} - a \right) - \frac{13}{42} = \frac{11}{42};$$

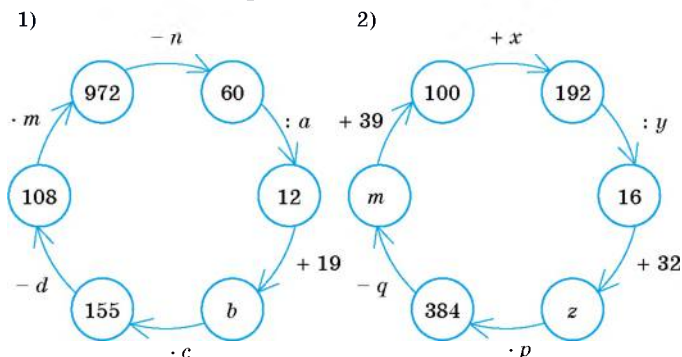
$$4) \frac{29}{43} - \left(m + \frac{13}{43} \right) = \frac{5}{43}.$$

757.* Овощной магазин продал 240 кг картофеля. В первый день было продано $\frac{3}{16}$ картофеля, а во второй — $\frac{7}{16}$. Сколько килограммов картофеля было продано за два дня?

758.* Протяженность построенной дороги составляет 92 км. За первый месяц построили $\frac{6}{23}$ дороги, а за второй месяц — $\frac{9}{23}$. Сколько километров дороги было построено за два месяца?

Упражнения для повторения

759. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



760. Найдите все натуральные числа, при делении которых на 7 неполное частное будет равно остатку.



Задача от Мудрой Совы

761. В коробке лежат 4 белых, 5 черных и 6 красных шариков. Какое наименьшее количество шариков надо вынуть из коробки, чтобы среди них обязательно оказались: 1) 3 шарика одного цвета; 2) шарики всех трех цветов?

28. Дроби и деление натуральных чисел

Можно ли число 3 разделить на 4? Казалось бы, нельзя. Но тогда получается, что если четыре кладоискателя найдут 3 мешка с золотом, то они не смогут разделить добычу? Конечно, смогут. Например, можно поступить так: разделить каждый большой мешок с золотом на 4 одинаковых маленьких мешка. Тогда каждый кладоискатель возьмет себе 3 маленьких мешка (рис. 200). Значит, любому из них достанется $\frac{3}{4}$ большого мешка.



Рис. 200

Таким образом, результатом деления числа 3 на число 4 является дробное число $\frac{3}{4}$, то есть $3 : 4 = \frac{3}{4}$. Этот пример наглядно иллюстрирует связь между делением натуральных чисел и обыкновенными дробями.

Теперь *черту дроби можно рассматривать как знак деления*, а запись $\frac{a}{b}$ читать «*a* разделить на *b*».

Например, $\frac{3}{7} = 3 : 7$, $\frac{7}{4} = 7 : 4$.

Отметим, что *результат деления двух натуральных чисел может быть натуральным или дробным числом*.

Например:

$$35 : 7 = \frac{35}{7} = 5; \quad 17 : 8 = \frac{17}{8}; \quad 9 : 16 = \frac{9}{16}; \quad 12 : 1 = \frac{12}{1} = 12.$$

Любое натуральное число можно записать в виде дроби с каким угодно знаменателем. Например:

$$7 = \frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{42}{6}; \quad 1 = \frac{3}{3} = \frac{7}{7} = \frac{1000}{1000}.$$

ПРИМЕР Решите уравнение $\frac{81}{y-4} = 27$.

Решение. Поскольку знаменатель можно рассматривать как неизвестный делитель, то, воспользовавшись правилом нахождения неизвестного делителя, получаем:

$$y - 4 = 81 : 27;$$

$$y - 4 = 3;$$

$$y = 7.$$

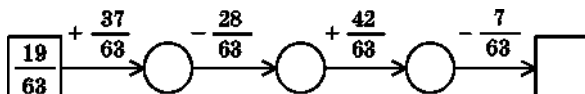
Ответ: 7. 



1. Какое арифметическое действие обозначает черта дроби?
2. Каким числом может быть результат деления двух натуральных чисел?

Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Возраст внука составляет $\frac{2}{7}$ возраста дедушки. Сколько лет внуку, если дедушке 63 года?
3. Возраст внучки составляет $\frac{3}{8}$ возраста бабушки. Сколько лет бабушке, если внучке 27 лет?
4. Все дроби $\frac{3}{7}, \frac{6}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{8}, \frac{9}{11}, \frac{2}{8}, \frac{4}{6}$, кроме одной, обладают общим свойством. Какое это свойство? Какая из дробей этим свойством не обладает?

Упражнения

762.° Запишите в виде дроби частное:

1) $4 : 12$;

3) $16 : 8$;

5) $12 : 23$;

2) $6 : 25$;

4) $14 : 23$;

6) $17 : 11$.

763.° Запишите в виде дроби частное:

1) $5 : 7$;

3) $1 : 6$;

5) $6 : 1$;

2) $19 : 4$;

4) $30 : 4$;

6) $12 : 39$.

764.° Запишите в виде частного дробь:

1) $\frac{7}{12}$;

2) $\frac{17}{584}$;

3) $\frac{11}{7}$.

765.° Запишите в виде частного дробь:

1) $\frac{5}{7}$;

2) $\frac{3}{10}$;

3) $\frac{29}{5}$.

766.* Запишите число 6 в виде дроби со знаменателем: 1) 1;
2) 4; 3) 19.

767.* Запишите число 12 в виде дроби со знаменателем: 1) 1;
2) 5; 3) 23.

768.** Решите уравнение:

1) $\frac{b}{7} = 12$;

2) $\frac{169}{m} = 13$;

3) $\frac{126}{8-y} = 21$.

769.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{4} = 5$;

2) $\frac{105}{y} = 7$;

3) $\frac{x+12}{6} = 14$.

Упражнения для повторения

770. У фермера есть участок земли прямоугольной формы. Длина участка равна 28 м, что составляет $\frac{7}{4}$ его ширины. На площади, равной $\frac{30}{56}$ всего участка, фермер разбил яблоневый сад. Найдите площадь сада.

771. На один грузовик можно погрузить 3 т угля. Какое наименьшее количество таких грузовиков потребуется, чтобы перевезти 28 т угля?

**Задача от Мудрой Совы**

772. В 5 классе 35 учащихся. Сможет ли каждый учащийся этого класса обменяться открытками с пятью своими одноклассниками?

29. Смешанные числа

Число $\frac{19}{7}$ можно записать в виде суммы двух дробей, например, так: $\frac{19}{7} = \frac{14+5}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7}$. Поскольку $\frac{14}{7} = 2$, то $\frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$.

Аналогично можно записать: $\frac{21}{5} = \frac{20+1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = 4 + \frac{1}{5}$.

Каждую из неправильных дробей $\frac{19}{7}$ и $\frac{21}{5}$ мы записали в виде суммы натурального числа и правильной дроби.

Так можно записать *любую* неправильную дробь, числитель которой не делится нацело на знаменатель.

Такие суммы, как $2 + \frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5}$, принято записывать короче: $2 + \frac{5}{7} = 2\frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$. Число $2\frac{5}{7}$ читают: «две целых пять седьмых», число $4\frac{1}{5}$ читают: «четыре целых одна пятая».

Число $2\frac{5}{7}$ называют **смешанным числом**. В смешанном числе $2\frac{5}{7}$ натуральное число 2 называют **целой частью** смешанного числа, а дробь $\frac{5}{7}$ — его **дробной частью**.

Дробная часть смешанного числа является правильной дробью.

Отметим, что, например, числа $5\frac{7}{3}$, $1\frac{11}{10}$, $3\frac{7}{7}$ смешанными не являются, поскольку дроби $\frac{7}{3}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{7}$ — неправильные.

Научимся записывать неправильную дробь в виде смешанного числа, то есть **выделять** (находить) его целую и дробную части.

Рассмотрим, например, число $\frac{22}{5}$. Имеем:

$$\frac{22}{5} = \frac{20+2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}.$$

А как догадаться, что число 22 нужно представить именно так: $22 = 20 + 2$?

Если выполнить деление с остатком числа 22 на число 5, то получим $22 = 4 \cdot 5 + 2$, где число 4 — неполное частное, число 2 — остаток, то есть $22 = 20 + 2$. Заметим, что число 4 и является целой частью смешанного числа, а число 2 — числителем его дробной части.

Чтобы неправильную дробь, числитель которой не делится нацело на знаменатель, преобразовать в смешанное число, надо числитель разделить на знаменатель; полученное неполное частное записать как целую часть смешанного числа, а остаток — как числитель его дробной части.

Любую неправильную дробь, числитель которой не делится нацело на знаменатель, можно представить в виде смешанного числа.

Если числитель неправильной дроби делится нацело на знаменатель, то эта дробь равна натуральному числу. Например: $\frac{28}{7} = 4$,

$$\frac{63}{9} = 7, \quad \frac{17}{17} = 1.$$

ПРИМЕР 1 Преобразуйте неправильную дробь $\frac{212}{13}$ в смешанное число.

Решение. Разделим числитель дроби на знаменатель:

	2	1	2	1	3
-	1	3		1	6
		8	2		
		7	8		
			4		

Неполное частное 16 — это целая часть числа, а остаток 4 — числитель дробной части. Следовательно, $\frac{212}{13} = 16\frac{4}{13}$. 

Преобразуем смешанное число $7\frac{2}{3}$ в неправильную дробь. Запишем:

$$7\frac{2}{3} = 7 + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{21 + 2}{3} = \frac{23}{3}.$$

Чтобы преобразовать смешанное число в неправильную дробь, надо целую часть числа умножить на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части; эту сумму записать как числитель неправильной дроби, а в ее знаменателе записать знаменатель дробной части смешанного числа.

Например: $5\frac{4}{9} = \frac{5 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{49}{9}.$

Отметим, что свойства сложения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел:

$$\begin{aligned} a + b &= b + a \text{ —} \\ &\text{переместительное свойство сложения,} \\ (a + b) + c &= a + (b + c) \text{ —} \\ &\text{сочетательное свойство сложения} \end{aligned}$$

Воспользовавшись этими свойствами, найдем сумму $4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7}.$
Имеем:

$$4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7} = \left(4 + \frac{2}{7}\right) + \left(2 + \frac{3}{7}\right) = (4 + 2) + \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) = 6 + \frac{5}{7} = 6\frac{5}{7}.$$

Чтобы найти сумму двух смешанных чисел, надо отдельно сложить их целые и дробные части.

ПРИМЕР 2 Выполните сложение $3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9}.$

Решение. Имеем:

$$3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9} = 8\frac{11}{9} = 8 + \frac{11}{9} = 8 + 1\frac{2}{9} = 9\frac{2}{9}. \quad \blacktriangleleft$$

Научимся вычитать смешанные числа, дробные части которых имеют равные знаменатели. Если дробная часть уменьшаемого больше или равна дробной части вычитаемого, то можно воспользоваться следующим правилом.

Чтобы найти разность двух смешанных чисел, надо из целой и дробной частей уменьшаемого вычесть соответственно целую и дробную части вычитаемого.

Например: $8\frac{19}{20} - 6\frac{12}{20} = (8 - 6) + \left(\frac{19}{20} - \frac{12}{20}\right) = 2 + \frac{7}{20} = 2\frac{7}{20}.$

ПРИМЕР 3 Выполните вычитание: 1) $1 - \frac{13}{17}$; 2) $5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}$.

Решение. 1) Поскольку число 1 можно записать в виде дроби как $\frac{17}{17}$, то получаем: $1 - \frac{13}{17} = \frac{17}{17} - \frac{13}{17} = \frac{4}{17}$.

2) Обратим внимание, что дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, поэтому приведенным правилом воспользоваться нельзя. «Подготовим» уменьшаемое к вычитанию:

$$5\frac{4}{13} = 5 + \frac{4}{13} = 4 + 1 + \frac{4}{13} = 4 + \frac{13}{13} + \frac{4}{13} = 4\frac{17}{13}.$$

$$\text{Имеем: } 5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13} = 4\frac{17}{13} - 2\frac{9}{13} = 2\frac{8}{13}. \quad \blacktriangleleft$$

1. В виде какого числа можно представить сумму натурального числа и правильной дроби?
2. Как в записи смешанного числа называют натуральное число? правильную дробь?
3. Какой дробью является дробная часть смешанного числа?
4. В каком случае неправильная дробь равна натуральному числу?
5. Как неправильную дробь, числитель которой не делится нацело на знаменатель, преобразовать в смешанное число?
6. Как смешанное число преобразовать в неправильную дробь?
7. Сформулируйте правило сложения двух смешанных чисел.
8. Как найти разность двух смешанных чисел?

Решаем устно

1. Сравните значения выражений:

1) $\frac{7}{11} + \frac{10}{11}$ и $\frac{23}{11} - \frac{8}{11}$;

3) $\frac{9}{16} + \frac{8}{16}$ и $\frac{4}{3} - \frac{2}{3}$;

2) $\frac{19}{27} + \frac{13}{27} - \frac{10}{27}$ и $\frac{16}{27} - \frac{7}{27} + \frac{14}{27}$;

4) $\frac{30}{51} + \frac{16}{51} + \frac{4}{51}$ и $\frac{7}{9} + \frac{2}{9}$.

2. Ответом к каким из следующих задач является число $\frac{5}{6}$?

- 1) Сколько килограммов конфет получил каждый из шести туристических отрядов, между которыми поделили поровну 5 кг конфет?
- 2) С какой скоростью шел пешеход, если за 6 ч он прошел 5 км?
- 3) Из 6 м ткани сшили 5 фартуков. Сколько метров ткани пошло на один фартук?
- 4) Решите уравнение $6x = 5$.

3. Решите уравнение:

1) $\frac{y}{6} = 3$; 2) $\frac{6}{y} = 3$; 3) $3y = 6$; 4) $6y = 3$.

4. Назовите все пары правильных дробей со знаменателем 9, сумма которых равна $\frac{7}{9}$.

5. На обед Пончик съел 42 вареника, из которых $\frac{4}{7}$ составляли вареники с творогом, $\frac{1}{7}$ — вареники с картофелем, а остальные — вареники с вишней. Сколько вареников с вишней съел Пончик?

Упражнения

773.° Преобразуйте неправильную дробь в смешанное число:

1) $\frac{9}{4}$; 2) $\frac{16}{7}$; 3) $\frac{29}{8}$; 4) $\frac{55}{9}$; 5) $\frac{83}{24}$; 6) $\frac{96}{19}$.

774.° Преобразуйте неправильную дробь в смешанное число:

1) $\frac{13}{5}$; 2) $\frac{18}{11}$; 3) $\frac{37}{12}$; 4) $\frac{68}{23}$; 5) $\frac{79}{12}$; 6) $\frac{83}{18}$.

775.° Запишите частное в виде дроби и выделите из полученной дроби целую и дробную части:

1) $10 : 6$; 3) $23 : 11$; 5) $425 : 50$;
2) $18 : 5$; 4) $19 : 6$; 6) $55 : 6$.

776.° Запишите частное в виде дроби и выделите из полученной дроби целую и дробную части:

1) $7 : 2$; 3) $25 : 8$; 5) $327 : 10$;
2) $9 : 4$; 4) $110 : 20$; 6) $812 : 81$.

777.° Запишите число в виде неправильной дроби:

1) $2\frac{4}{7}$; 2) $3\frac{5}{12}$; 3) $4\frac{7}{20}$; 4) $6\frac{11}{24}$; 5) $7\frac{23}{100}$; 6) $10\frac{16}{27}$.

778.° Запишите число в виде неправильной дроби:

1) $4\frac{3}{4}$; 2) $9\frac{6}{11}$; 3) $3\frac{9}{17}$; 4) $12\frac{5}{6}$; 5) $13\frac{49}{100}$; 6) $8\frac{3}{16}$.

779.° Выполните действия:

1) $8 + \frac{4}{21}$; 2) $5\frac{16}{19} + 3\frac{5}{19}$;

3) $7\frac{7}{16} - 3\frac{3}{16}$;

4) $10\frac{12}{17} + 5\frac{4}{17} - 3\frac{3}{17}$.

780.° Выполните действия:

1) $\frac{14}{93} + 5$;

3) $24\frac{9}{38} - 17\frac{5}{38}$;

2) $6\frac{17}{41} + 7\frac{19}{41}$;

4) $15\frac{7}{10} - 2\frac{4}{10} + 6\frac{1}{10}$.

781.° Вычислите:

1) $6\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}$;

5) $1 - \frac{13}{40}$;

9) $14\frac{6}{20} - 8\frac{12}{20}$;

2) $10\frac{11}{19} + 5\frac{14}{19}$;

6) $4 - 1\frac{4}{7}$;

10) $8\frac{3}{14} - 5\frac{9}{14}$;

3) $1\frac{5}{8} + 3\frac{7}{8}$;

7) $10 - 9\frac{3}{10}$;

11) $7\frac{10}{21} - 4\frac{16}{21}$;

4) $1 - \frac{3}{11}$;

8) $5\frac{2}{7} - 2\frac{5}{7}$;

12) $14\frac{8}{31} - 6\frac{8}{31}$.

782.° Вычислите:

1) $7\frac{14}{15} + 2\frac{1}{15}$;

4) $8 - 3\frac{6}{15}$;

7) $13\frac{4}{9} - 2\frac{8}{9}$;

2) $9\frac{24}{27} + 12\frac{13}{27}$;

5) $12 - 11\frac{6}{11}$;

8) $10\frac{7}{16} - 4\frac{12}{16}$;

3) $1 - \frac{12}{19}$;

6) $16\frac{3}{13} - 6\frac{8}{13}$;

9) $29\frac{49}{53} - 8\frac{49}{53}$.

783.° Решите уравнение:

1) $x + 4\frac{4}{19} = 6\frac{2}{19}$;

2) $25 - x = 8\frac{3}{14}$;

3) $32 - x = 9\frac{18}{35}$.

784.* Решите уравнение:

1) $4\frac{5}{7} - \left(x - 6\frac{3}{7}\right) = 2\frac{6}{7}$;

2) $19\frac{28}{34} - \left(m + 2\frac{29}{34}\right) = 12\frac{15}{34}$.

785.* Решите уравнение:

1) $7\frac{7}{30} - \left(5\frac{11}{30} - y\right) = 3\frac{19}{30}$;

2) $\left(x - 1\frac{9}{17}\right) + 2\frac{14}{17} = 5\frac{5}{17}$.

786.* Тарас, Богдан и Андрей съели арбуз. Тарас съел $\frac{2}{9}$ арбуза,Богдан — $\frac{4}{9}$. Какую часть арбуза съел Андрей?

787.* Оксана, Ира, Даша и Лина съели торт. Оксана съела $\frac{3}{16}$ тор-

та, Ира — $\frac{5}{16}$, Даша — $\frac{2}{16}$. Какую часть торта съела Лина?

788.* Три тракториста вспахали вместе поле. Бригадир записал, что один из них вспахал $\frac{5}{13}$ поля, второй — $\frac{4}{13}$, а третий — $\frac{6}{13}$. Не ошибся ли бригадир?

789.* Фермер решил выделить под морковь $\frac{3}{20}$ огорода, под свёклу — $\frac{4}{20}$, под лук — $\frac{6}{20}$, под горох — $\frac{2}{20}$, под картофель — $\frac{7}{20}$. Сможет ли он реализовать свой план?

790.* Какое наибольшее натуральное число удовлетворяет неравенству:

1) $n < \frac{123}{30}$;

2) $\frac{198}{15} > n$?

791.* Какое наибольшее натуральное число удовлетворяет неравенству:

1) $n < \frac{206}{13}$;

2) $\frac{324}{16} > n$?

792.* Какое наименьшее натуральное число удовлетворяет неравенству:

1) $m > \frac{13}{5}$;

2) $\frac{275}{10} < m$?

793.* Какое наименьшее натуральное число удовлетворяет неравенству:

1) $m > \frac{34}{6}$;

2) $\frac{421}{16} < m$?

794.* Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

1) $2\frac{1}{3} < \frac{x}{3} < 3\frac{2}{3}$;

2) $1\frac{5}{12} < \frac{17}{x} < 2\frac{1}{8}$.

795.* Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

1) $3\frac{11}{15} < \frac{x}{15} < 4$;

2) $3\frac{1}{8} < \frac{25}{x} < 8\frac{1}{3}$.

796.** При каких натуральных значениях a верно неравенство, левая часть которого — неправильная дробь:

1) $\frac{20}{a} < 2$;

2) $\frac{4}{a} > a$?

797.** При каких натуральных значениях a верно неравенство $\frac{10}{a} > a$, левая часть которого — неправильная дробь?

Упражнения для повторения

798. Одна из сторон треугольника в 2 раза меньше второй и на 7 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 39 см.

799. Общая площадь трех наибольших озер Украины Сасык, Ялпуг и Кугурлуй составляет 448 км^2 . Площадь озера Сасык на 56 км^2 больше площади озера Ялпуг и на 111 км^2 больше площади озера Кугурлуй. Найдите площадь каждого озера.

800. Бутылка кефира стоит 22 грн 80 к. У Кати есть 100 грн. Какое наибольшее количество бутылок кефира она сможет купить? Сколько денег у нее останется?



Задача от Мудрой Совы

801. Ученики Федоренко, Дмитренко и Петренко входят в состав сборной школы по шахматам. Имена этих учеников — Федор, Дмитрий и Петр. Известно, что фамилия Федора не Петренко; волосы у Дмитрия рыжего цвета и учится он в шестом классе; Петров учится в седьмом классе, а волосы у Федоренко черного цвета. Укажите фамилию и имя каждого мальчика.

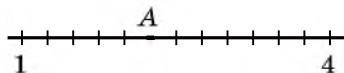
ЗАДАНИЕ № 4 «ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ» В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Бревно распилили на два бревна длиной 3 м и 4 м. Какую часть данного бревна составляет меньшее из полученных бревен?

А) $\frac{3}{7}$ Б) $\frac{3}{4}$ В) $\frac{1}{3}$ Г) $\frac{1}{7}$

2. На рисунке изображена часть координатного луча. Какую координату имеет точка А?

А) 3 В) $2\frac{3}{4}$
Б) $2\frac{1}{4}$ Г) $3\frac{1}{3}$



3. Укажите верное неравенство.

А) $\frac{7}{6} < \frac{6}{7}$ Б) $\frac{1}{5} > \frac{1}{4}$ В) $\frac{7}{13} < \frac{9}{13}$ Г) $\frac{15}{19} > \frac{17}{19}$

4. В магазин завезли 250 кг сахара. В первый день было продано $\frac{3}{5}$ завезенного сахара. Сколько килограммов сахара было продано в первый день?

А) 180 кг Б) 120 кг В) 200 кг Г) 150 кг

5. В школе учатся 280 мальчиков, что составляет $\frac{4}{7}$ всех учащихся.

Сколько всего учащихся в этой школе?

А) 490 Б) 420 В) 240 Г) 160

6. Преобразуйте в смешанное число дробь $\frac{49}{11}$.

А) $5\frac{6}{11}$ Б) $4\frac{5}{11}$ В) $4\frac{4}{11}$ Г) $5\frac{4}{11}$

7. Представьте в виде неправильной дроби число $4\frac{5}{12}$.

А) $\frac{64}{12}$ Б) $\frac{53}{12}$ В) $\frac{9}{12}$ Г) $\frac{21}{12}$

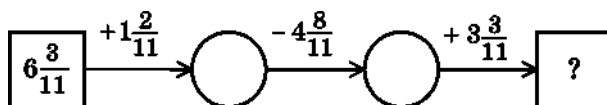
8. Вычислите разность $9 - 5\frac{2}{7}$.

А) $4\frac{5}{7}$ Б) $3\frac{2}{7}$ В) $4\frac{2}{7}$ Г) $3\frac{5}{7}$

9. Чему равно наименьшее натуральное значение m , при котором верно неравенство $m > \frac{35}{6}$?

- А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7

10. Какое число должно стоять в конце цепочки вычислений?



- А) 6 Б) 7 В) $6\frac{6}{11}$ Г) $5\frac{10}{11}$

11. При каком наибольшем натуральном значении m дробь $\frac{30}{5m+10}$ будет неправильной?

- А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6

12. Укажите все натуральные значения a , при которых каждая из дробей $\frac{a}{7}$ и $\frac{4}{a}$ будет правильной.

- А) 4; 5; 6; 7 Б) 5; 6; 7
В) 5; 6 Г) таких значений не существует

ГЛАВНОЕ В ПАРАГРАФЕ 4

Правильная дробь

Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называют правильной.

Неправильная дробь

Дробь, у которой числитель больше знаменателя или равен ему, называют неправильной.

Сравнение дробей

- Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше, а меньше та, у которой числитель меньше.
- Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше, а меньше та, у которой знаменатель больше.
- Все правильные дроби меньше единицы, а неправильные — больше или равны единице.
- Каждая неправильная дробь больше любой правильной дроби.

Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

- Чтобы найти сумму двух дробей с одинаковыми знаменателями, надо сложить их числители, а знаменатель оставить прежним.
- Чтобы найти разность двух дробей с одинаковыми знаменателями, надо из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого, а знаменатель оставить прежним.

Сложение и вычитание смешанных чисел

- Чтобы найти сумму двух смешанных чисел, надо отдельно сложить их целые и дробные части.
- Чтобы найти разность двух смешанных чисел, надо из целой и дробной частей уменьшаемого вычесть соответственно целую и дробную части вычитаемого.

Преобразование неправильной дроби в смешанное число

Чтобы неправильную дробь, числитель которой не делится на цело на знаменатель, преобразовать в смешанное число, надо числитель разделить на знаменатель; полученное неполное частное записать как целую часть смешанного числа, а остаток — как числитель его дробной части.

Преобразование смешанного числа в неправильную дробь

Чтобы преобразовать смешанное число в неправильную дробь, надо целую часть числа умножить на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части; эту сумму записать как числитель неправильной дроби, а в ее знаменателе записать знаменатель дробной части смешанного числа.

§ 5. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

30. Понятие десятичной дроби

Наверное, вы замечали, что в повседневной жизни нередко приходится иметь дело с величинами, отличающимися друг от друга в 10, 100, 1000, 10 000 и т. д. раз. Например, $1 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ см}$,

$$1 \text{ к.} = \frac{1}{100} \text{ грн}, \quad 1 \text{ г} = \frac{1}{1000} \text{ кг}, \quad 1 \text{ м}^2 = \frac{1}{10\,000} \text{ га}.$$

Для записи дробей, знаменатели которых равны 10, 100, 1000, 10 000 и т. д., придумали удобную, «одноэтажную» форму записи. Пишут:

$\frac{1}{10} = 0,1$	$\frac{1}{100} = 0,01$	$\frac{1}{1000} = 0,001$	$\frac{1}{10000} = 0,0001$
----------------------	------------------------	--------------------------	----------------------------

Приведем еще несколько примеров: $\frac{7}{10} = 0,7$ (запись 0,7 читают:

«ноль целых семь десятых»); $\frac{12}{100} = 0,12$ (запись 0,12 читают: «ноль

целых двенадцать сотых»); $2\frac{973}{1000} = 2,973$ (запись 2,973 читают:

«две целых девятьсот семьдесят три тысячных»); $\frac{43}{10} = 4\frac{3}{10} = 4,3$

(запись 4,3 читают: «четыре целых три десятых»); $\frac{3}{100} = 0,03$

(запись 0,03 читают: «ноль целых три сотых»); $2\frac{508}{10\,000} = 2,0508$

(запись 2,0508 читают: «две целых пятьсот восемь десятитысячных»).

Такую форму записи дробей называют **десятичной**. Дроби, записанные в такой форме, называют **десятичными дробями**. Числа 0,7; 0,12; 2,973; 4,3; 0,03; 2,0508 — примеры десятичных дробей.

В записи десятичной дроби запятая отделяет целую часть числа от дробной. Считают, что целая часть правильной дроби равна 0. Обратите внимание на то, что в записи обыкновенной правильной дроби целую часть, равную нулю, не пишут, а в записи десятичной дроби — пишут.

Запись дробной части десятичной дроби содержит столько цифр, сколько нулей в записи знаменателя соответствующей обыкновенной дроби.

Заметим, что если количество цифр числителя обыкновенной дроби на 1, 2, 3 и т. д. меньше количества нулей в записи знаменателя дроби, то между запятой и числом, равным числителю, пишут соответственно 1, 2, 3 и т. д. нулей.

$$\text{Поэтому, например, } 6\frac{3}{1000} = 6,003; \frac{17}{1000} = 0,017; 3\frac{527}{1000} = 3,527.$$

Иногда бывает необходимо рассматривать натуральное число как десятичную дробь, у которой дробная часть равна нулю. Договорились, например, что $3 = 3,0$; $171 = 171,0$ и т. д.

Напомним, что десятичная запись натурального числа обладает следующим свойством: единица младшего разряда в 10 раз меньше единицы соседнего старшего разряда. Таким же свойством обладает и запись десятичных дробей. Итак, сразу после запятой идет **разряд десятых**, далее **разряд сотых**, затем **разряд тысячных** и т. д.

Например, приведем названия разрядов числа 23,70549:

Целая часть		Дробная часть				
2	3	7	0	5	4	9
Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десятитысячные	Соты тысячных

При чтении десятичной дроби сначала называют ее целую часть, добавляя слово «целых», а затем называют дробную часть, добавляя название последнего разряда. Например, десятичную дробь 23,70549 читают: «двадцать три целых семьдесят тысяч пятьсот сорок девять соты тысячных».

ПРИМЕР 1 Запишите в виде десятичной дроби частное $347 : 100$.

Решение. Имеем: $347 : 100 = \frac{347}{100} = 3\frac{47}{100} = 3,47$. ◀

ПРИМЕР 2 Выразите в метрах и запишите в виде десятичной дроби: 1) 24 см; 2) 5 см; 3) 356 см; 4) 7 см 2 мм.

Решение. Имеем:

$$1) 24 \text{ см} = \frac{24}{100} \text{ м} = 0,24 \text{ м};$$

$$2) 5 \text{ см} = \frac{5}{100} \text{ м} = 0,05 \text{ м};$$

$$3) 356 \text{ см} = \frac{356}{100} \text{ м} = 3\frac{56}{100} \text{ м} = 3,56 \text{ м};$$

$$4) 7 \text{ см } 2 \text{ мм} = 72 \text{ мм} = \frac{72}{1000} \text{ м} = 0,072 \text{ м}. \quad \blacktriangleleft$$



1. Какие знаменатели должны быть у дробей, чтобы к ним можно было применить десятичную форму записи?
2. Какой знак в записи десятичной дроби отделяет целую часть от дробной?
3. Чему равна целая часть правильной дроби?
4. Сколько цифр содержит запись дробной части десятичной дроби?
5. Назовите по порядку четыре разряда, идущие в записи десятичной дроби после запятой.
6. Как читают десятичную дробь?

Решаем устно

1. Какую часть:
 - 1) метра составляет: 1 см; 3 дм; 4 мм;
 - 2) тонны составляет: 1 кг; 5 ц; 346 кг;
 - 3) квадратного метра составляет: 1 дм²; 8 см²?
2. Во сколько раз:
 - 1) 1 см меньше 1 м;
 - 2) 10 г меньше 1 кг;
 - 3) 9 м больше 9 дм;
 - 4) 4 ц больше 20 кг?
3. К сумме чисел 28 и 6 прибавьте сумму чисел 12 и 14.
4. Из разности чисел 30 и 16 вычтите разность чисел 42 и 29.
5. Произведение чисел 12 и 5 умножьте на произведение чисел 15 и 4.
6. Частное чисел 90 и 15 разделите на частное чисел 84 и 14.
7. В саду растут 10 яблонь. С первой яблони Даша сорвала 1 яблоко, со второй — 2 яблока, с третьей — 3 яблока и т. д., а с десятой — 10 яблок. Сколько всего яблок сорвала Даша?

Упражнения

802.° Запишите в виде десятичной дроби:

- | | | | |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| 1) $\frac{8}{10}$; | 4) $14\frac{5}{10}$; | 7) $9\frac{3}{100}$; | 10) $63\frac{19}{100\,000}$; |
| 2) $\frac{34}{100}$; | 5) $6\frac{27}{100}$; | 8) $17\frac{24}{1000}$; | 11) $\frac{32}{10\,000}$; |
| 3) $\frac{683}{1000}$; | 6) $42\frac{174}{1000}$; | 9) $5\frac{1}{1000}$; | 12) $\frac{4}{1000}$; |

$$13) \frac{3}{1\,000\,000}; \quad 14) 3\frac{15}{100}; \quad 15) 3\frac{15}{1000}; \quad 16) 3\frac{15}{10\,000}.$$

803.° Прочитайте десятичную дробь:

- | | | | |
|----------|-------------|-----------|--------------|
| 1) 1,6; | 4) 6,325; | 7) 0,05; | 10) 0,0304; |
| 2) 12,8; | 5) 17,4192; | 8) 0,005; | 11) 12,098; |
| 3) 5,24; | 6) 0,5; | 9) 3,04; | 12) 0,01012. |

804.° Запишите в виде десятичной дроби:

- | | | | |
|-----------------------|--------------------------|------------------------------|-------------------------|
| 1) $\frac{7}{10}$; | 4) $9\frac{83}{100}$; | 7) $74\frac{13}{100\,000}$; | 10) $1\frac{1}{10}$; |
| 2) $\frac{27}{100}$; | 5) $1\frac{5}{100}$; | 8) $\frac{6}{1000}$; | 11) $1\frac{1}{100}$; |
| 3) $21\frac{8}{10}$; | 6) $18\frac{45}{1000}$; | 9) $\frac{12}{10\,000}$; | 12) $1\frac{1}{1000}$. |

805.° Выделите целую и дробную части числа и запишите данное число в виде десятичной дроби:

- | | | |
|------------------------|--------------------------|---------------------------------|
| 1) $\frac{23}{10}$; | 3) $\frac{5273}{1000}$; | 5) $\frac{9132}{1000}$; |
| 2) $\frac{851}{100}$; | 4) $\frac{3636}{100}$; | 6) $\frac{654\,321}{10\,000}$. |

806.° Выделите целую и дробную части числа и запишите данное число в виде десятичной дроби:

- | | | | |
|----------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\frac{34}{10}$; | 2) $\frac{3978}{1000}$; | 3) $\frac{9266}{100}$; | 4) $\frac{2\,948\,697}{100\,000}$. |
|----------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------------------|

807.° Запишите число в виде обыкновенной дроби или смешанного числа:

- | | | | |
|-----------|-----------|----------|------------|
| 1) 2,4; | 4) 1,06; | 7) 0,04; | 10) 0,001; |
| 2) 3,18; | 5) 9,074; | 8) 0,30; | 11) 0,072; |
| 3) 46,52; | 6) 0,9; | 9) 0,68; | 12) 0,234. |

808.° Запишите число в виде обыкновенной дроби или смешанного числа:

- | | | | |
|----------|-----------|-----------|------------|
| 1) 4,9; | 3) 1,567; | 5) 0,043; | 7) 5,06; |
| 2) 8,95; | 4) 0,2; | 6) 0,008; | 8) 12,018. |

809.° Запишите в виде десятичной дроби число, в котором:

- 1) три единицы, четыре десятых, пять сотых;
- 2) два десятка, восемь единиц, одна сотая, девять тысячных;
- 3) восемь сотен, девять единиц, семь десятых, шесть тысячных;
- 4) одна тысяча, одна десятитысячная.

810.° Запишите в виде десятичной дроби число, в котором:

- 1) две единицы, семь десятых;

2) три десятка, две десятых, восемь сотых;

3) одна сотая, три тысячных.

811.* Выразите в гривнях и запишите в виде десятичной дроби:

- 1) 64 к.; 2) 5 к.; 3) 4 грн 25 к.; 4) 208 к.

812.* Выразите в дециметрах и запишите в виде десятичной дроби:

- 1) 48 см; 3) 8 см 6 мм; 5) 6 мм;
2) 424 см; 4) 64 см 5 мм; 6) 3 см.

813.* Выразите в килограммах и запишите в виде десятичной дроби:

- 1) 1347 г; 3) 382 г; 5) 9 г; 7) 10 кг 6 г;
2) 4256 г; 4) 48 г; 6) 5 кг 24 г; 8) 2 ц 358 г.

814.* Выразите в метрах и запишите в виде десятичной дроби:

- 1) 125 см; 3) 4 дм 4 см; 5) 2 см;
2) 18 см; 4) 58 дм 6 см; 6) 4 м 6 дм 5 см.

815.* Запишите в виде десятичной дроби частное:

- 1) $28 : 10$; 4) $2648 : 100$; 7) $674 : 1000$;
2) $7 : 10$; 5) $8351 : 1000$; 8) $74 : 1000$;
3) $456 : 100$; 6) $3590 : 1000$; 9) $4 : 1000$.

816.* Запишите в виде десятичной дроби частное:

- 1) $42 : 10$; 3) $2484 : 100$; 5) $26\,435 : 10\,000$;
2) $35 : 100$; 4) $5876 : 10\,000$; 6) $58 : 1000$.

817.* Какие числа на координатном луче соответствуют:

1) точкам A, B, C, D, E, F (рис. 201);

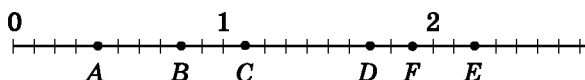


Рис. 201

2) точкам M, N, K, P, R, S (рис. 202)?

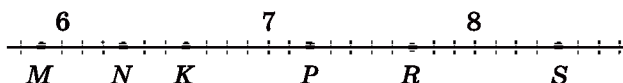


Рис. 202

Ответ запишите в виде десятичных дробей.

818.* Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок, длина которого в 10 раз больше стороны клетки тетради. Отметьте на луче точки, соответствующие числам 0,3; 0,7; 0,9; 1,1; 1,5; 2,1.

819.* Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок, длина которого в 10 раз больше стороны клетки тетради. Отметьте на луче точки, соответствующие числам 0,1; 0,6; 0,8; 1,4; 1,9; 2,2.

Упражнения для повторения

820. Мама поручила сыну купить продукты. На хлеб он потратил $\frac{3}{50}$ всех денег, на молоко — $\frac{13}{50}$, на овощи — $\frac{11}{50}$, а $\frac{19}{50}$ всех денег — на фрукты. На какую покупку было потрачено наибольшее количество денег? наименьшее количество денег? Остались ли деньги у мальчика после покупок?

821. Во сколько раз $\frac{5}{6}$ мин меньше, чем 4 мин 10 с?

822. Во сколько раз 5 ч 50 мин больше, чем $\frac{7}{12}$ ч?

823. Какие цифры можно поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство:

1) $346* < 3463$;

2) $4*40 > 4735$?

824. В числах стерли несколько цифр и вместо них поставили звездочки. Сравните эти числа:

1) 35 *** и 32 ***;

2) $98* \text{ и } **52$.



Задача от Мудрой Совы

825. Как разделить поровну 7 яблок между 12 друзьями, если каждое яблоко можно разрезать не более чем на 4 части?

Когда сделаны уроки

От шестидесятеричных к десятичным дробям

От появления обыкновенных дробей до изобретения десятичных прошли тысячелетия. Изобретение десятичных дробей по праву считается одним из важнейших достижений математической мысли эпохи Возрождения.

Вам может показаться, что главным свойством десятичных дробей является их «одноэтажная» форма записи. Однако дело не столько в удобной форме записи, сколько в замечательной идее записывать все дроби так, чтобы их знаменатели были степенями одного и того же числа. Вы оцените, насколько полезна эта идея, когда начнете выполнять арифметические действия с десятичными дробями.

Уже в III тысячелетии до н. э. вавилоняне пользовались дробями, знаменатели которых были степенями числа 60. Позже шестидесятеричными дробями пользовались греческие и арабские математики. Однако проводить вычисления, когда натуральные

числа записаны в десятичной системе, а дроби — в шестидесятеричной, было очень неудобно.

Впервые учение о десятичных дробях изложил в XV в. самаркандский математик и астроном Джемшид ибн Масуд аль-Каши. Вместо запятой он использовал вертикальную черту или записывал дробную и целую части чернилами разного цвета.

В 1585 г. фламандский ученый Симон Стевин издал небольшую, состоящую всего лишь из 7 страниц книгу под названием «Десятая», в которой изложил правила действий с десятичными дробями.

Несколько позже (1592 г.) целую и дробную части числа стали отделять запятой.

В наше время в некоторых странах, например в США, вместо запятой используют точку. Отсюда происходит и использование точки в компьютерных науках и информационных технологиях.

31. Сравнение десятичных дробей

Какое из чисел больше: 5,3 или 4,988? Конечно, первое число больше второго. И это понятно, ведь целая часть первой дроби больше целой части второй дроби.

Из двух десятичных дробей больше та, у которой целая часть больше.

А как сравнить дроби с равными целыми частями? В этом случае вначале сравнивают десятые. Например, 11,23 > 11,19, так как 2 > 1. Если же десятые оказались одинаковыми, то сравнивают сотые. Например, 2,84 < 2,86, так как 4 < 6. В случае равенства сотых сравнивают тысячные и т. д.

Такой способ сравнения десятичных дробей называют *поразрядным*.

Напомним, что натуральные числа мы тоже сравнивали поразрядно.

Заметим, в приведенных примерах мы сравнили десятичные дроби с равными целыми частями и с одинаковым количеством цифр после запятой.

А как сравнивать десятичные дроби с равными целыми частями, но с различным количеством цифр после запятой? Например, какая из дробей больше: 5,4 или 5,40?

Сравним отрезки, длины которых равны 5,4 м и 5,40 м. Имеем:

$$5,4 \text{ м} = 5\frac{4}{10} \text{ м} = 5 \text{ м } 4 \text{ дм} = 540 \text{ см};$$

$$5,40 \text{ м} = 5\frac{40}{100} \text{ м} = 5 \text{ м } 40 \text{ см} = 540 \text{ см}.$$

Получаем: $5,4 = 5,40$. Рассуждая аналогично, можно показать, что, например:

$$\begin{aligned}0,3 &= 0,30 = 0,300; \\ 3 &= 3,0 = 3,00 = 3,000.\end{aligned}$$

Эти примеры иллюстрируют следующие свойства десятичных дробей.

Если к десятичной дроби справа приписать любое количество нулей, то получим дробь, равную данной.

Значение дроби, оканчивающейся нулями, не изменится, если последние нули в ее записи отбросить.

Сравним дроби 3,2 и 3,198.

Поскольку $3,2 = 3,200$, а $3,200 > 3,198$, то $3,2 > 3,198$.

Этот пример иллюстрирует следующее правило.

Чтобы сравнить две десятичные дроби с равными целыми частями и различным количеством цифр после запятой, надо с помощью приписывания нулей справа уравнивать количество цифр в дробных частях, после чего сравнить полученные дроби поразрядно.

ПРИМЕР Напишите несколько чисел, каждое из которых больше 2,35 и меньше 2,36.

Решение. Имеем: $2,35 = 2,350$; $2,36 = 2,360$. Следовательно, числами, удовлетворяющими условию, будут, например, такие: 2,351; 2,352; 2,353. Учítывая, что $2,35 = 2,3500$ и $2,36 = 2,3600$, можем указать и другие числа, удовлетворяющие условию задачи. Например: 2,3501; 2,3576; 2,3598 и т. д. ◀



1. Какая из двух десятичных дробей с неравными целыми частями больше?
2. Как сравнивают десятичные дроби с равными целыми частями и одинаковым количеством цифр после запятой?
3. Какую дробь мы получим, если к данной десятичной дроби припишем справа несколько нулей?
4. Какую дробь мы получим, если у данной десятичной дроби отбросим последние нули ее записи?
5. Сформулируйте правило сравнения двух десятичных дробей с равными целыми частями и различным количеством цифр после запятой.

Решаем устно

1. Какая из следующих десятичных дробей равна дроби $\frac{25}{100\,000}$:
- 1) 0,0025; 2) 0,25000; 3) 0,00025; 4) 0,20005?

2. Сравните числа:

1) 3710 и 3709;

3) $\frac{14}{17}$ и $\frac{17}{15}$;

2) 43 672 и 43 701;

4) $\frac{9}{46}$ и $\frac{9}{64}$.

3. Вычислите:

1) $48 + 72 : 12 - 6$;

3) $(48 + 72) : 12 - 6$;

2) $48 + 72 : (12 - 6)$;

4) $(48 + 72) : (12 - 6)$.

Упражнения

826.° Запишите десятичную дробь:

- 1) с двумя цифрами после запятой, равную 0,4;
- 2) с четырьмя цифрами после запятой, равную 3,26;
- 3) с тремя цифрами после запятой, равную 42;
- 4) с двумя цифрами после запятой, равную 18,50000.

827.° Запишите несколько десятичных дробей, равных данной:

- 1) 5,400;
- 2) 12,5080;
- 3) 0,980.

828.° Уравняйте количество цифр после запятой в данных дробях:

- 1) 2,16; 18,5; 0,476; 1,4;
- 2) 8,1; 19,64; 5,345; 0,9872.

829.° Сравните числа:

- 1) 9,4 и 9,6;
- 3) 6,3 и 6,31;
- 5) 0,3 и 0,08;
- 2) 5,5 и 4,8;
- 4) 3,29 и 3,316;
- 6) 7,2 и 7,094.

830.° Куриные столовые яйца в зависимости от массы делят на 4 категории: высшую (маркируют символами СВ), отборную (С0), первую (С1) и вторую (С2). Используя приведенную таблицу, определите, к какой категории принадлежит яйцо массой:

- 1) 57,8 г;
- 2) 74,6 г;
- 3) 63,1 г.



Категория	Масса одного яйца
Высшая	Больше 73 г
Отборная	От 63 г до 72,9 г
Первая	От 53 г до 62,9 г
Вторая ¹	От 43 г до 52,9 г

¹ Яйца, масса которых меньше 43 г, в продажу не поступают.

831.° Сравните числа:

- 1) 16,8 и 17,3; 3) 24,92 и 24,9; 5) 0,065 и 0,1;
2) 12,7 и 12,5; 4) 18,486 и 18,5; 6) 96,35 и 96,087.

832.° Запишите числа в порядке убывания: 8,5; 8,16; 8,4; 8,49; 8,05; 8,61.

833.° Запишите числа в порядке возрастания: 9,6; 9,8; 9,53; 9,02; 9,2; 9,613.

834.° Укажите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

- 1) $4,45 < x < 7,002$; 2) $9,8 < x < 13,4$.

835.° Укажите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

- 1) $7,4 < x < 8,2$; 2) $12 < x < 19,65$.

836.° Между какими соседними числами натурального ряда находится дробь:

- 1) 6,99; 2) 12,79; 3) 1,529; 4) 3,109?

Ответ запишите в виде двойного неравенства.

837.° Между какими соседними числами натурального ряда находится дробь:

- 1) 5,32; 2) 24,01?

Ответ запишите в виде двойного неравенства.

838.° Какие цифры можно поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $6,38 < 6,3*$; 2) $8,1 > 8,*9$; 3) $16,25 < 1*,32?$

839.° Какие цифры можно поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $9,*5 < 9,12$; 2) $12,58 > 12,*4$; 3) $0,0*3 > 0,064?$

840.° Запишите наибольшую десятичную дробь:

- 1) с двумя цифрами после запятой, меньшую, чем 1;
2) с одной цифрой после запятой, меньшую, чем 2;
3) с тремя цифрами после запятой, меньшую, чем 3;
4) с четырьмя цифрами после запятой, меньшую, чем 1.

841.° Запишите наименьшую десятичную дробь:

- 1) с одной цифрой после запятой, большую, чем 1;
2) с двумя цифрами после запятой, большую, чем 1;
3) с тремя цифрами после запятой, большую, чем 4;
4) с четырьмя цифрами после запятой, большую, чем 10.

842.° Напишите три числа, каждое из которых:

- 1) больше 3,4, но меньше 3,6;
2) больше 0,527, но меньше 0,528;
3) больше 2,003, но меньше 2,00301.

843.* Напишите три числа, каждое из которых больше 10,53, но меньше 10,55.

844.** Какие цифры можно поставить вместо звездочек, чтобы получилось верное неравенство (в правой и левой частях неравенства звездочкой обозначена одна и та же цифра):

- 1) $0, *2 > 0,4*$; 3) $0,7*5 < 0,*69$; 5) $0,*6 < 0,6*$;
2) $2,5* < 2,*6$; 4) $0,6* > 0,7*$; 6) $0,*6 > 0,6*?$

Упражнения для повторения

845. Вычислите:

- 1) $(714 : 7 - 100)^6$; 2) $(963 : 9 - 618 : 6)^3$.

846. Петя спешит в школу и идет со скоростью 6 км/ч. Успеет ли Петя дойти до школы за 20 мин, если его дом находится на расстоянии 1 км от нее?

847. Картонный прямоугольник, площадь которого равна 3 дм², а длины сторон, выраженные в сантиметрах, являются натуральными числами, разрезали на полоски шириной 1 см и сложили из них одну длинную полоску. Какой длины получилась полоска?

848. Расположите в порядке убывания все трехзначные числа, которые можно записать с помощью цифр 2, 4 и 5 (цифры в записи числа не повторяются).

849. Расположите в порядке возрастания все трехзначные числа, которые можно записать с помощью цифр 1, 2 и 3 (цифры в записи числа не повторяются).



Задача от Мудрой Совы

850. Конверты завозят в почтовое отделение в пачках по 1000 штук. Почтальону надо как можно скорее взять 850 конвертов. Сколько времени ему потребуется, если за 1 мин он отсчитывает 100 конвертов?

32. Округление чисел

Пусть ширина земельного участка прямоугольной формы равна 17 м, а длина — 36 м. Тогда его площадь равна 612 м², или 6,12 сотки. Однако в повседневной жизни говорят, что площадь этого участка приблизительно равна 6 соткам.

В таких случаях число 6 называют **приближенным значением** числа 6,12 и говорят, что число 6,12 **округлили** до числа 6. Записывают: $6,12 \approx 6$ (читают: «6,12 приближенно равно 6»).

Земельный участок прямоугольной формы длиной 29 м и шириной 24 м имеет площадь 696 м^2 , или 6,96 сотки. На практике число 6,96 округляют и говорят, что площадь участка приблизительно равна 7 соткам, то есть $6,96 \approx 7$.

Почему же число 7, а не 6, считают приближенным значением числа 6,96? Так договорились потому, что число 7 — ближайшее к 6,96 натуральное число (рис. 203). Следовательно, при замене числа 6,96 числом 7 ошибка будет меньше, чем при замене числа 6,96 числом 6. Воспользовавшись рисунком 203, можно записать: $6,12 \approx 6$; $6,2 \approx 6$; $6,391 \approx 6$; $6,41 \approx 6$; $6,6 \approx 7$; $6,703 \approx 7$; $6,8 \approx 7$.

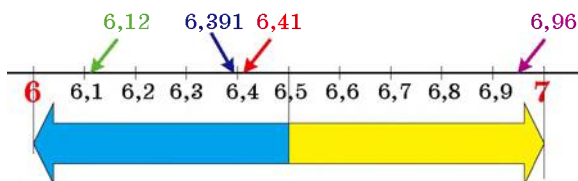


Рис. 203

Мы привели примеры округления десятичных дробей до единиц.

А как округлить до единиц число 6,5, которое одинаково удалено от чисел 6 и 7? В таких случаях договорились округлять до большего из двух чисел. Таким образом, считают, что $6,5 \approx 7$.

Десятичные дроби можно округлять не только до единиц, но и до десятых, сотых, тысячных и т. д.

Например:

$0,12 \approx 0,1$ (округление до десятых), так как 0,12 ближе к 0,1, чем к 0,2;

$3,85741 \approx 3,86$ (округление до сотых), так как 3,85741 ближе к 3,86, чем к 3,85;

$1,004483 \approx 1,004$ (округление до тысячных), так как 1,004483 ближе к 1,004, чем к 1,005.

Эти примеры иллюстрируют следующее правило.

Для того чтобы десятичную дробь округлить до единиц, десятых, сотых и т. д., надо все следующие за этим разрядом цифры отбросить. Если при этом первая из отбрасываемых цифр равна 0, 1, 2, 3 или 4, то последнюю из оставшихся цифр оставляют без изменения; если же первая из отбрасываемых цифр равна 5, 6, 7, 8 или 9, то последнюю из оставшихся цифр увеличивают на единицу.

ПРИМЕР Округлите число 16,398 до сотых.

Решение. Имеем: $16,398 \approx 16,40$, причем 0 в конце дробной части не отбрасывают, так как он показывает, до какого разряда округлено число. ◀

Округляют не только десятичные дроби, но и натуральные числа. Невозможно установить точно, сколько человек живет в Украине, сколько кубических метров воды в Киевском водохранилище, сколько тонн зерна собрали в прошлом году в нашей стране. Эту информацию можно найти в справочниках. Однако приведенные в них данные являются приближенными.

Округление натуральных чисел во многом похоже на округление десятичных дробей.

При округлении натуральных чисел до какого-либо разряда вместо всех следующих за этим разрядом цифр младших разрядов пишут нули. Если первая из цифр, следовавших за этим разрядом, равна 0, 1, 2, 3 или 4, то цифру в данном разряде оставляют без изменения; если же первая из цифр, следовавших за этим разрядом, равна 5, 6, 7, 8 или 9, то цифру в данном разряде увеличивают на единицу.

Например:

$234 \approx 230$ — округление до десятков;

$87\mathbf{63} \approx 8800$ — округление до сотен;

$\mathbf{884} \approx 1000$ — округление до тысяч;

$96\mathbf{5\ 348} \approx 970\ 000$ — округление до десятков тысяч.

В тех случаях, когда мы хотим быстро оценить ситуацию, принять правильное решение, могут оказаться полезными знания об округлении чисел.

Рассмотрим следующий пример.

До пункта прибытия автомобилю осталось проехать 283 км. Водитель знает, что расход бензина составляет 9 л на 100 км пути, а объем топливного бака равен 60 л.

Лишь взглянув на прибор, который показывает уровень топлива в баке (рис. 204), водитель убедился, что бензина хватит. Как ему удалось так быстро провести расчеты?

Водитель поступил так: округлил расход бензина до 10 л на 100 км пути, оставшееся расстояние — до 300 км, а затем выполнил действия: $(300 : 100) \cdot 10$. Полученный резуль-



Рис. 204

тат 30 л сравнил с указателем уровня топлива в баке. Поскольку бак был наполнен более чем наполовину, а половина бака как раз и составляет 30 л, то водитель сделал вывод, что топлива хватит.

Более точный результат можно было получить, найдя значение выражения $(283 : 100) \cdot 9$. Однако водитель так делать не стал. Он прикинул значение этого числового выражения.

Обратите внимание, что водитель округлял все числа в «худшую» сторону — взял больший расход топлива, чем на самом деле, и большее расстояние, чем нужно проехать. Если топлива хватит при «ухудшенных» условиях, значит, его хватит и на самом деле. А вот округлять в сторону «улучшения» опасно. Такая прикидка может подвести водителя.

Подобные прикидки вы можете делать, например, определяя, хватит ли денег на покупку, состоящую из нескольких товаров. Планируя свой день, вы прикидываете время на выполнение определенного вида работ.

Прикидку следует применять тогда, когда жизненная ситуация позволяет заменить трудоемкие вычисления простыми расчетами.



1. Сформулируйте правило округления десятичных дробей.
2. Сформулируйте правило округления натуральных чисел.

Решаем устно

1. Укажите, какие из следующих дробей равны:
1) 0,38; 5) 0,47; 9) 0,407;
2) $\frac{47}{1000}$; 6) 6,2400; 10) 0,0470;
3) 6,24; 7) 2,105; 11) $2\frac{15}{100}$;
4) 2,015; 8) $\frac{38}{100}$; 12) $6\frac{24}{100}$.
2. Сравните числа:
1) 7,6 и 7,4; 4) 0,06 и 0,2;
2) 9,1 и 9,11; 5) 8,4 и 8,04;
3) 5,18 и 5,1799; 6) 0,1 и 0,0987.
3. Назовите наибольшую десятичную дробь, меньшую 100, содержащую в записи две цифры после запятой.

4. Назовите наименьшую десятичную дробь, большую 1000, содержащую в записи три цифры после запятой.
5. Укажите все натуральные значения x , при которых верно неравенство $20 < x < 27,86$.

Упражнения

851.° Округлите:

- 1) до десятых: 9,374; 0,5298; 10,444; 54,06; 74,95;
- 2) до сотых: 13,405; 28,2018; 0,2375; 18,0025; 26,399;
- 3) до единиц: 18,25; 3,099; 9,73; 239,81;
- 4) до тысячных: 0,5261; 9,9999; 1,58762.

852.° Округлите:

- 1) до десятых: 16,88; 4,651; 1,29; 48,23; 36,96;
- 2) до сотых: 8,636; 2,7848; 0,9996; 104,9438;
- 3) до единиц: 25,54; 8,47; 55,64; 62,32;
- 4) до тысячных: 2,3984; 8,55555; 47,7853.

853.° Округлите:

- 1) до десятков: 459; 1623; 492 685; 999;
- 2) до сотен: 6056; 7538; 55 555; 7988;
- 3) до тысяч: 7345; 4956; 129 808;
- 4) до миллионов: 42 573 468; 59 676 657;
- 5) до наивысшего разряда данного числа: 836; 32 464; 7 145 962.

854.° Округлите:

- 1) до десятков: 534; 18 357; 4 783 386;
- 2) до сотен: 2223; 1374;
- 3) до тысяч: 312 864; 67 314;
- 4) до миллионов: 5 032 999; 9 821 893;
- 5) до наивысшего разряда данного числа: 4562; 583 037; 28 099 897.

855.° Округлите: 1) до тысяч; 2) до сотен; 3) до десятков; 4) до единиц; 5) до десятых; 6) до сотых; 7) до тысячных число:

- а) 8419,3576; в) 9421,5307.
б) 6745,2891;

856.* Округлите десятичную дробь, отбросив выделенные цифры, и укажите, до какого разряда выполнено округление:

- 1) 24,**56**; 3) 0,00**7289**;
2) 8,03**58**; 4) 6,84864**1975**.

857.* Округлите десятичную дробь, отбросив выделенные цифры, и укажите, до какого разряда выполнено округление:

- 1) 5,**874**; 3) 20,78**46**;
2) 3,5**29**; 4) 2,334**96**.

858.* Запишите в метрах, предварительно округлив до сотен сантиметров: 469 см; 3244 см; 5382 см; 20 460 см; 50 083 см; 312 245 см.

859.* Запишите в тоннах, предварительно округлив до тысяч килограммов: 3842 кг; 4506 кг; 8329 кг; 869 кг.

860.* Планета Земля движется вокруг Солнца со средней скоростью 107 228 км/ч. Округлите это число:

- 1) до десятков километров в час;
- 2) до сотен километров в час;
- 3) до тысяч километров в час;
- 4) до десятков тысяч километров в час;
- 5) до сотен тысяч километров в час.

861.* Запишите в километрах, предварительно округлив до тысяч метров: 1469 м; 5424 м; 6823 м; 18 096 м; 324 711 м; 549 628 м.

862.* Какие цифры можно поставить вместо звездочки, чтобы округление было выполнено верно:

- 1) $4,9* \approx 4,9$; 3) $13,2*99 \approx 13,2$
- 2) $63,*5 \approx 64$;

863.* Какие цифры можно подставить вместо звездочки, чтобы округление было выполнено верно:

- 1) $5,47*4 \approx 5,47$; 2) $23*1 \approx 2400$?

864.* У Саши есть 220 грн. На свой день рождения он хочет угостить каждого из 28 своих одноклассников шоколадным батончиком. Один батончик стоит 6 грн 80 к. Узнав это, Саша сразу понял, что денег ему хватит. Как, по вашему мнению, он смог это быстро определить?

865.* Требуется перевезти 102 ящика массой 30,7 кг каждый. Водитель автомобиля, грузоподъемность которого составляет 3 т, быстро определил, что выполнить это задание за один рейс невозможно. Как, по вашему мнению, он это сделал?

Упражнения для повторения

866. Кролик живет до 12 лет, что составляет: 1) $\frac{6}{7}$ продолжительности жизни овцы; 2) $\frac{2}{3}$ продолжительности жизни козы; 3) $\frac{3}{5}$ продолжительности жизни фазана. Найдите продолжительность жизни овцы, козы и фазана.

867. При преобразовании неправильной дроби $\frac{a}{7}$ в смешанное число получили неполное частное 19 и остаток 5. Найдите значение a .



Задача от Мудрой Совы

868. Вася рассказал друзьям, что позавчера ему еще было 10 лет, а в следующем году ему исполнится 13 лет. Как такое может быть?

33. Сложение и вычитание десятичных дробей

Вы уже умеете складывать обыкновенные дроби с равными знаменателями. Научимся складывать десятичные дроби.

Найдем сумму $2,374 + 1,725$. Преобразовав эти дроби в обыкновенные, получаем:

$$\begin{aligned} 2,374 + 1,725 &= 2\frac{374}{1000} + 1\frac{725}{1000} = 3 + \frac{374 + 725}{1000} = 3 + \frac{1099}{1000} \\ &= 3 + 1\frac{99}{1000} = 4\frac{99}{1000} = 4,099. \end{aligned}$$

Однако складывать десятичные дроби можно гораздо проще, не преобразовывая их в обыкновенные.

Сходство способов записи десятичных дробей и натуральных чисел позволяет выполнять сложение десятичных дробей в столбик.

Чтобы найти сумму двух десятичных дробей, надо:

- 1) *уравнять в слагаемых количество цифр после запятой;*
- 2) *записать слагаемые друг под другом так, чтобы каждый разряд второго слагаемого оказался под соответствующим разрядом первого слагаемого;*
- 3) *сложить полученные числа так, как складывают натуральные числа;*
- 4) *поставить в полученной сумме запятую под запятыми в слагаемых.*

На рисунках 205 и 206 показано, как найти суммы $2,374 + 1,725$ и $7,6 + 11,35$.

	2	3	7	4	
+	1	7	2	5	
	4	0	9	9	

Рис. 205

		7	6	0	
+	1	1	3	5	
	1	8	9	5	

Рис. 206

В столбик можно также вычитать десятичные дроби.

Чтобы найти разность двух десятичных дробей, надо:

- 1) *уравнять в уменьшаемом и вычитаемом количество цифр после запятой;*
- 2) *записать вычитаемое под уменьшаемым так, чтобы каждый разряд вычитаемого оказался под соответствующим разрядом уменьшаемого;*
- 3) *выполнить вычитание так, как вычитают натуральные числа;*
- 4) *поставить в полученной разности запятую под запятыми в уменьшаемом и вычитаемом.*

	0	8	0	0
	0	5	9	3
	0	2	0	7

Рис. 207

На рисунке 207 показано, как найти разность $0,8 - 0,593$.

Из приведенных примеров видно, что сложение и вычитание десятичных дробей выполнялось поразрядно, то есть так, как мы выполняли соответствующие действия с натуральными числами. Это и является главным преимуществом десятичной формы записи дробей.

Из п. 29 вы узнали, что свойства сложения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел. Напомним эти свойства.

$$a + b = b + a \text{ —}$$

переместительное свойство сложения,

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ —}$$

сочетательное свойство сложения

ПРИМЕР 1 Вычислите разность 4 км 36 м – 768 м, записав данные величины в километрах.

Решение. Имеем: $4 \text{ км } 36 \text{ м} - 768 \text{ м} = 4 \frac{36}{1000} \text{ км} - \frac{768}{1000} \text{ км} =$
 $= 4,036 \text{ км} - 0,768 \text{ км} = 3,268 \text{ км}.$ ◀

ПРИМЕР 2 Собственная скорость катера равна 30 км/ч, а скорость течения реки — 1,4 км/ч. Найдите скорость катера по течению и его скорость против течения реки.

Решение. 1) $30 + 1,4 = 31,4$ (км/ч) — скорость катера по течению.

2) $30 - 1,4 = 28,6$ (км/ч) — скорость катера против течения.

Ответ: 31,4 км/ч; 28,6 км/ч. ◀



1. Сформулируйте правило сложения десятичных дробей.
2. Сформулируйте правило вычитания десятичных дробей.

Решаем устно

1. Какая из данных десятичных дробей равна дроби $\frac{79}{100\,000}$:
1) 0,79000; 2) 0,0079; 3) 0,00079; 4) 0,7900?
2. Какая из данных десятичных дробей наибольшая:
1) 43,56; 2) 43,561; 3) 43,559; 4) 43,55?
3. Какое из данных чисел получим, если округлим десятичную дробь 6,27 до десятых:
1) 6,2; 2) 6,3; 3) 6,26; 4) 6,28?
4. На двух полках вместе на 20 книг больше, чем на каждой из них. Сколько книг на каждой полке?
5. Сравните:
1) 2 м и 200 см; 3) 20 см и 0,2 м;
2) 2 ч и 200 мин; 4) 20 мин и 0,2 ч.

Упражнения

869.° Вычислите:

- | | | |
|--------------------|----------------------|---------------------|
| 1) $0,6 + 0,4$; | 3) $0,666 + 0,004$; | 5) $0,666 + 0,04$; |
| 2) $0,66 + 0,04$; | 4) $0,66 + 0,4$; | 6) $0,66 + 0,34$. |

870.° Выполните сложение:

- | | | |
|--------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $12,5 + 23,9$; | 3) $6,6 + 14$; | 5) $4,18 + 7,52$; |
| 2) $18,74 + 3,3$; | 4) $13,72 + 24,318$; | 6) $43,523 + 36,477$. |

871.° Выполните сложение:

- | | | |
|-------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $4,7 + 5,8$; | 3) $16 + 4,2$; | 5) $5,4 + 13,691$; |
| 2) $6,9 + 3,45$; | 4) $0,823 + 0,729$; | 6) $38,246 + 56,254$. |

872.° Выполните вычитание:

- | | | |
|----------------------|---------------------|-----------------------|
| 1) $14,4 - 8,9$; | 3) $35,4 - 16,72$; | 5) $10,25 - 5,2974$; |
| 2) $72,28 - 54,46$; | 4) $43 - 0,451$; | 6) $52,302 - 25,59$. |

873.° Выполните вычитание:

- | | | |
|----------------------|--------------------|---------------------|
| 1) $9,2 - 6,7$; | 3) $13,5 - 8,28$; | 5) $8,3 - 4,678$; |
| 2) $29,36 - 19,59$; | 4) $20 - 5,63$; | 6) $38,06 - 17,4$. |

874.° Решите уравнение:

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1) $x + 4,83 = 9$; | 3) $x - 14,852 = 15,148$; |
| 2) $43,78 - x = 5,384$; | 4) $2,395 + x = 10$. |

875.° Решите уравнение:

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $15,62 + x = 20$; | 3) $x - 36,76 = 19,24$; |
| 2) $9,54 - x = 7,268$; | 4) $x + 0,24 = 8,1$. |

876.° На рисунке 208 изображен счетчик горячей воды, установленный в квартире семьи Дмитренко. На рисунке 208, *а* показано состояние счетчика на 1 октября, на рисунке 208, *б* — на 1 ноября, на рисунке 208, *в* — на 1 декабря.

- 1) Сколько кубических метров горячей воды было использовано:
а) в октябре; б) в ноябре?
- 2) На сколько меньше кубических метров горячей воды было использовано в октябре, чем в ноябре?



Рис. 208

877.° Баба-Яга купила новую двухкомнатную избушку на курьих ножках. Площадь одной комнаты составляет $17,6 \text{ м}^2$, что на $5,9 \text{ м}^2$ больше, чем площадь второй. Вычислите для Бабы-Яги общую площадь двух ее комнат.

878.° Скорость катера по течению реки равна $30,2 \text{ км/ч}$, а скорость течения — $2,2 \text{ км/ч}$. Найдите собственную скорость катера и его скорость против течения реки.

879.° Скорость катера на подводных крыльях против течения реки равна $68,5 \text{ км/ч}$, а скорость течения — $1,5 \text{ км/ч}$. Найдите собственную скорость катера и его скорость по течению реки.

880.° Скорость моторной лодки против течения реки равна $18,8 \text{ км/ч}$, а ее собственная скорость — $20,2 \text{ км/ч}$. Найдите скорость течения и скорость лодки по течению реки.

881.° Скорость катера по течению реки равна $32,6 \text{ км/ч}$, а его собственная скорость — $30,4 \text{ км/ч}$. Найдите скорость течения и скорость катера против течения реки.

882.° Барвинок и Ивасик-Телесик собрали вместе $3,2 \text{ кг}$ грибов, причем Барвинок собрал $1,68 \text{ кг}$. Кто из сказочных героев собрал больше грибов и на сколько килограммов?

883.* В первый день туристы прошли 6,3 км, что на 2,84 км меньше, чем во второй день. После двух дней похода им осталось пройти еще 14,35 км. Какова протяженность туристического маршрута в километрах?

884.* За первую неделю месяца магазин продал 2,16 т апельсинов, а за вторую — на 0,976 т больше, чем за первую. После этого в магазине еще осталось 3,58 т апельсинов. Сколько тонн апельсинов завезли в магазин в начале этого месяца?

885.* Найдите общую площадь пустынь на поверхности земного шара, если площадь пустынь в Австралии равна 0,4 млн км², в Америке — на 1,2 млн км² больше, чем в Австралии, в Азии — на 1,4 млн км² больше, чем в Америке, а в Африке — на 2,8 млн км² больше, чем в Америке.

886.* Самое большое озеро в мире — Каспийское море имеет глубину 1,025 км. Озеро Байкал (Россия) — самое глубокое в мире, его глубина на 0,515 м больше глубины Каспийского моря. Глубина озера Танганьика (Африка) составляет 1,47 км. На сколько километров Байкал глубже Танганьики, а Танганьика глубже Каспийского моря?

887.* За три дня на шахте добыли 2436,86 т угля. За первый день добыча составляла 827,48 т, а за второй — на 59,59 т меньше, чем за первый. Сколько угля добыли за третий день?

888.* Фермер Василий Работящий взял в аренду три участка земли общей площадью 3428,32 га. Площадь одного из этих участков равна 1506,46 га, что на 237,64 га меньше площади второго участка. Найдите площадь третьего участка.

889.* Ломаная состоит из трех звеньев. Длина первого звена 9,2 см, что на 3,5 см больше длины второго звена и на 4,9 см меньше длины третьего. Найдите длину ломаной.

890.* Одна из сторон треугольника равна 12,4 дм, что на 3,8 дм меньше второй стороны и на 2,6 дм больше третьей. Вычислите периметр треугольника.

891.* Найдите значение выражения:

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1) $18,61 + 7,54 + 3,4$; | 4) $84,25 + 72,844 + 17,156 + 16,85$; |
| 2) $86,58 + 32,6 + 5,079$; | 5) $26,836 - 7,59 - 12,6 - 3,5801$; |
| 3) $28,964 + 51,16 + 48,036$; | 6) $489,2 - (164,4 + 92,16 - 138,254)$. |

892.* Найдите значение выражения:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| 1) $5,68 + 13,27 + 4,9$; | 3) $16,528 + 42,5 + 13,472$; |
| 2) $18,35 + 1,4 + 38,016$; | 4) $76,1 + 38,83 + 24,9 + 52,17$; |

5) $14,02 - 10,379 + 5,004 - 7,3245$;

6) $642,7 - (365,2 - 41,54 + 125,086)$.

893.* Решите уравнение:

1) $(1,34 + x) - 58,3 = 4,26$;

3) $4,75 - (x - 0,67) = 3,025$;

2) $(94,2 - a) - 1,26 = 3,254$;

4) $40,3 - (63,4 - a) = 36,62$.

894.* Решите уравнение:

1) $(x - 50,6) + 2,15 = 42,9$;

2) $31,28 - (m + 4,2) = 15,093$.

895.* Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $(2,45 + 0,276) + 4,55$;

3) $5,12 + 3,75 + 5,25 + 4,88$;

2) $(9,37 + 13,6) + 6,4$;

4) $0,234 + 0,631 + 0,766 + 0,369$.

896.* Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $(12,82 + 8,394) + 5,18$;

2) $2,53 + 15,1 + 4,47 + 14,9$.

897.* Упростите выражение:

1) $2,46 + a + 81,139 + 14,8$;

2) $m + 0,47 + 5,062 + m + 43,295$;

3) $x + 0,3 + 0,9007 + 4,58 + 3x$;

4) $7c + 236,7 + 2c + 0,82 + 4,325$.

898.* Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$14,36 \xrightarrow{+18,54} a \xrightarrow{-27,032} b \xrightarrow{+x} 10.$$

899.* Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$39,8 \xrightarrow{-14,48} a \xrightarrow{+x} 74,123 \xrightarrow{-y} 40,2.$$

900.* Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы сложение (вычитание) было выполнено верно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 17,*4 \\ + \quad *,*,5* \\ \hline 105,23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad *,53* \\ + \quad 6,9*8 \\ \hline 20,*27 \\ *0,041 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 72,** \\ - \quad 3*,59 \\ \hline *2,69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 9*,7*5 \\ - \quad *,4*,6* \\ \hline 34,841 \end{array}$$

901.* Как изменится сумма, если:

1) одно из слагаемых увеличить на 6,8, а второе — на 4,25;

2) одно из слагаемых увеличить на 14,3, а второе уменьшить на 7,15;

3) одно из слагаемых увеличить на 3,2, а второе уменьшить на 3,2?

902.* Как изменится разность, если:

1) вычитаемое уменьшить на 17,96;

2) уменьшаемое увеличить на 0,4, а вычитаемое — на 0,3;

3) уменьшаемое увеличить на 2,3, а вычитаемое уменьшить на 1,7;

4) уменьшаемое уменьшить на 6,1, а вычитаемое увеличить на 3,4?

903.* Выразите данные величины в дециметрах и выполните действия:

- | | |
|---------------------|--------------------------------|
| 1) 2,34 дм – 18 см; | 4) 5,63 м + 2345 см; |
| 2) 9,6 дм + 4 см; | 5) 9 м 8 дм 3 см – 25 см 8 мм; |
| 3) 49 дм – 324 см; | 6) 1 м 5 дм 6 см – 16 см 9 мм. |

904.* Выразите данные величины в арах и выполните действия:

- | | |
|---|--|
| 1) 3 а 82 м ² + 8 а 9 м ² ; | 4) 41 а 5 м ² – 36 а 19,7 м ² ; |
| 2) 28 а 7 м ² + 14 а 26 м ² ; | 5) 9 га 6 а 8 м ² + 18 а 10 м ² ; |
| 3) 57 а 22 м ² – 48 а 4 м ² ; | 6) 24 га 8 а 4 м ² – 24 а 20 м ² . |

905.* Выразите данные величины в центнерах и выполните действия:

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| 1) 9 ц – 524 кг; | 4) 2,92 т + 684 кг; |
| 2) 8 ц 44 кг – 836 кг; | 5) 7 т 6 ц 4 кг – 8 ц 18 кг; |
| 3) 42 ц 5 кг + 85 кг; | 6) 1 т 2 ц 3 кг – 1 т 15 кг. |

906.** Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| 1) (4,12 + 0,116) – 1,12; | 3) 0,844 – (0,244 + 0,018); |
| 2) (5,93 + 67,5) – 27,5; | 4) 7,29 – (3,961 + 2,29). |

Упражнения для повторения

907. От двух пристаней, расстояние между которыми равно 24 км, одновременно в одном направлении отчалили лодка и катер (лодка плыла впереди катера). Скорость лодки была равна 8 км/ч и составляла $\frac{4}{5}$ скорости катера. Через сколько часов после начала движения катер догнал лодку?

908. Длина бассейна равна 12 м, его ширина составляет $\frac{3}{4}$ длины, а глубина — $\frac{2}{3}$ ширины. Водой было наполнено $\frac{11}{18}$ объема бассейна. Сколько кубических метров воды налили в бассейн?

909. За шоколадку и четыре пирожных заплатили 34 грн 50 к., а за шоколадку и восемь таких пирожных — 62 грн 50 к. Сколько стоит шоколадка?



Задача от Мудрой Совы

910. Чертенок предложил Петру Скупердяйкину: «Каждый раз, когда ты перейдешь этот мост, который я заколдую, твои деньги удвоятся. За это будешь мне каждый раз отдавать 24 гривни». Сделал Скупердяйкин так три раза и остался совсем без денег. Сколько денег было у Петра до встречи с чертенком?

ЗАДАНИЕ № 5 «ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ» В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Укажите число пять целых девять сотых.
А) 5,9 Б) 5,90 В) 5,09 Г) 5,009
2. Выразите в килограммах 72 г.
А) 0,072 кг Б) 0,72 кг В) 0,0072 кг Г) 7,2 кг
3. Укажите верное неравенство.
А) $13,7 > 13,71$ В) $0,9 < 0,099$
Б) $4,6 > 4,073$ Г) $8,4 < 8,311$
4. Сколько существует натуральных значений x , при которых верно неравенство $4,36 < x < 10,16$?
А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7
5. Округлите число 19,254 до десятых.
А) 19,2 Б) 19,25 В) 19,3 Г) 19,26
6. Высоту ящика измерили в миллиметрах. Округлив результат до сантиметров, получили 15 см. Какой может быть высота ящика в миллиметрах?
А) 156 мм Б) 146 мм В) 155 мм Г) 144 мм
7. Чему равно значение выражения $\frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$?
А) 0,047 Б) 0,1047 В) 0,407 Г) 0,47
8. Чему равна разность $2400 \text{ м} - 0,6 \text{ км}$?
А) 2,34 км Б) 2399,4 м В) 2340 м Г) 1,8 км
9. Укажите наибольшую десятичную дробь с двумя цифрами после запятой, которая меньше, чем 3.
А) 2,09 Б) 2,99 В) 2,90 Г) 1,99
10. Найдите скорость катера против течения реки, если скорость течения равна 1,8 км/ч, а скорость катера по течению реки — 18 км/ч.
А) 19,8 км/ч Б) 15,6 км/ч В) 16,2 км/ч Г) 14,4 км/ч
11. Решите уравнение $12,8 - (x + 4,723) = 1,05$.
А) 2,423 Б) 16,473 В) 9,127 Г) 7,027
12. Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на 3,2, а вычитаемое — на 2,8?
А) уменьшится на 0,4 В) уменьшится на 6
Б) увеличится на 0,4 Г) увеличится на 6

34. Умножение десятичных дробей

Вы уже знаете, что $a \cdot 10 = \underbrace{a + a + \dots + a}_{10 \text{ слагаемых}}$. Например, $0,2 \cdot 10 = 0,2 + 0,2 + \dots + 0,2$. Несложно установить, что эта сумма равна 2,

то есть $0,2 \cdot 10 = 2$.

Аналогично можно убедиться, что:

$$5,2 \cdot 10 = 52;$$

$$0,27 \cdot 10 = 2,7;$$

$$1,253 \cdot 10 = 12,53.$$

Вы, наверное, поняли, что при умножении десятичной дроби на 10 надо в этой дроби перенести запятую вправо на одну цифру.

А как умножить десятичную дробь на 100?

Имеем: $a \cdot 100 = a \cdot 10 \cdot 10$. Тогда

$$2,375 \cdot 100 = 2,375 \cdot 10 \cdot 10 = 23,75 \cdot 10 = 237,5.$$

Рассмотренный пример подсказывает, что при умножении десятичной дроби на 100 надо в этой дроби перенести запятую вправо на 2 цифры:

$$0,57964 \cdot 100 = 57,964;$$

$$3,2 \cdot 100 = 3,20 \cdot 100 = 320.$$

Умножим дробь 7,1212 на 1000.

Имеем:

$$7,1212 \cdot 1000 = 7,1212 \cdot 100 \cdot 10 = 712,12 \cdot 10 = 7121,2.$$

Эти примеры иллюстрируют следующее правило.

Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую вправо соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Таким образом, *если запятую перенести вправо на 1, 2, 3 и т. д. цифры, то дробь увеличится соответственно в 10, 100, 1000 и т. д. раз.*

И наоборот, *если запятую перенести влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры, то дробь уменьшится соответственно в 10, 100, 1000 и т. д. раз.*

Покажем, что десятичная форма записи дробей дает возможность умножать их, руководствуясь правилом умножения натуральных чисел.

Найдем, например, произведение $3,4 \cdot 1,23$. Увеличим первый множитель в 10 раз, а второй — в 100 раз. Это означает, что мы увеличили произведение в 1000 раз.

Следовательно, произведение натуральных чисел 34 и 123 в 1000 раз больше искомого произведения.

Имеем: $34 \cdot 123 = 4182$. Тогда для получения ответа надо число 4182 уменьшить в 1000 раз. Запишем: $4182 = 4182,0$. Переноса запятую в числе 4182,0 на три цифры влево, получим число 4,182, которое в 1000 раз меньше числа 4182. Поэтому $3,4 \cdot 1,23 = 4,182$.

Этот же результат можно получить проще, руководствуясь следующим правилом.

Чтобы перемножить две десятичные дроби, надо:

- 1) умножить их как натуральные числа, не обращая внимания на запятые;***
- 2) в полученном произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.***

В тех случаях, когда произведение натуральных чисел содержит меньше цифр, чем требуется отделить запятой, слева перед этим произведением дописывают необходимое количество нулей, а затем переносят запятую влево на нужное количество цифр.

Например, $2 \cdot 3 = 6$, тогда $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$; $25 \cdot 33 = 825$, тогда $0,025 \cdot 0,33 = 0,00825$.

Если же один из множителей равен 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., то удобно пользоваться следующим правилом.

Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Например, $1,58 \cdot 0,1 = 0,158$; $324,7 \cdot 0,01 = 3,247$.

Свойства умножения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел:

$$ab = ba \text{ —}$$

переместительное свойство умножения;

$$(ab) c = a (bc) \text{ —}$$

сочетательное свойство умножения;

$$a (b + c) = ab + ac \text{ —}$$

распределительное свойство умножения

относительно сложения;

$$a (b - c) = ab - ac \text{ —}$$

распределительное свойство умножения

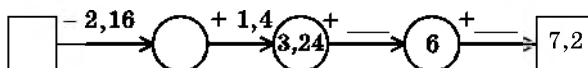
относительно вычитания



1. Как умножить десятичную дробь на 10? на 100? на 1000?
2. Как умножить две десятичные дроби?
3. Как умножить десятичную дробь на 0,1? на 0,01? на 0,001?
4. Какие свойства умножения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел?

Решаем устно

1. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



2. Какое число:

- 1) на 2,06 меньше 3,6;
- 2) на 3,5 больше 7,05;
- 3) в 2 раза больше 27;
- 4) в 5 раз меньше 205?

3. Упростите выражение:

- 1) $13a \cdot 2b$;
- 2) $5a \cdot 4b \cdot 9c$;
- 3) $5x - 3x + 4x$;
- 4) $7y + 6y - y$;
- 5) $10a - 9a + 8$;
- 6) $8c - 3c + c - 7$.

4. В записи $\ast,4 + \ast,5 + \ast,6 = 7,5$ все звездочки заменили одной и той же цифрой так, чтобы полученное равенство было верным. Укажите эту цифру.

5. Во сколько раз двузначных чисел больше, чем однозначных?

Упражнения

- 911.° Сколько цифр записано справа от запятой в произведении чисел 4,2 и 8,14; 9,36 и 19,426; 0,018 и 0,001?

- 912.° Найдите произведение:

- 1) $6,58 \cdot 10$;
- 2) $6,58 \cdot 100$;
- 3) $6,58 \cdot 1000$;
- 4) $6,58 \cdot 10\,000$.

- 913.° Выполните умножение:

- 1) $9,6 \cdot 10$;
- 2) $0,065 \cdot 100$;
- 3) $7,03 \cdot 100$;
- 4) $32,97 \cdot 1000$;
- 5) $8,1 \cdot 10\,000$;
- 6) $0,028 \cdot 10\,000$.

- 914.° Выполните умножение:

- 1) $3,284 \cdot 10$;
- 2) $6,3 \cdot 100$;
- 3) $4,125 \cdot 1000$;
- 4) $924,587 \cdot 100\,000$.

- 915.° Известно, что $428 \cdot 76 = 32\,528$. Поставьте в правой части равенства запятую так, чтобы умножение было выполнено правильно:

- 1) $4,28 \cdot 76 = 32528$;
- 2) $42,8 \cdot 76 = 32528$;
- 3) $4,28 \cdot 7,6 = 32528$;
- 4) $42,8 \cdot 0,76 = 32528$;
- 5) $0,428 \cdot 7,6 = 32528$;
- 6) $0,428 \cdot 0,076 = 32528$.

916.° Выполните умножение:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $2,4 \cdot 3,6$; | 5) $9,16 \cdot 5,5$; | 9) $6,132 \cdot 5,2$; |
| 2) $2,7 \cdot 5,3$; | 6) $0,37 \cdot 1,9$; | 10) $0,018 \cdot 0,65$; |
| 3) $4,5 \cdot 8,4$; | 7) $42,25 \cdot 6$; | 11) $2,376 \cdot 0,42$; |
| 4) $2,8 \cdot 5,14$; | 8) $3,46 \cdot 0,14$; | 12) $1,35 \cdot 9,214$. |

917.° Выполните умножение:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $7,2 \cdot 4,8$; | 5) $8,35 \cdot 1,8$; | 9) $8,4 \cdot 18,454$; |
| 2) $8,1 \cdot 6,5$; | 6) $4,8 \cdot 0,64$; | 10) $0,85 \cdot 0,032$; |
| 3) $5,8 \cdot 2,5$; | 7) $8 \cdot 90,45$; | 11) $0,76 \cdot 5,098$; |
| 4) $3,02 \cdot 7,3$; | 8) $1,16 \cdot 0,29$; | 12) $0,275 \cdot 1,64$. |

918.° Выполните умножение:

- | | | |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1) $4,6 \cdot 0,1$; | 3) $436 \cdot 0,001$; | 5) $6,58 \cdot 0,1$; |
| 2) $35,1 \cdot 0,01$; | 4) $729 \cdot 0,0001$; | 6) $6,58 \cdot 0,001$. |

919.° Выполните умножение:

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| 1) $57 \cdot 0,1$; | 3) $38,1 \cdot 0,001$; |
| 2) $2,7 \cdot 0,01$; | 4) $0,8 \cdot 0,00001$. |

920.° Вычислите:

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1) $0,4^2$; | 2) $0,2^3$; | 3) $1,6^2$; | 4) $0,1^5$. |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

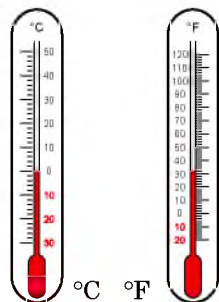
921.° Найдите значение выражения:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $12,3 \cdot 0,8 - 5,4 \cdot 1,6$; | 3) $(3,126 - 1,7) \cdot (0,15 + 7,4)$. |
| 2) $(46 - 34,17) \cdot 0,09$; | |

922.° Найдите значение выражения:

- | | |
|--|---|
| 1) $5,6 \cdot 0,08 + 0,23 \cdot 2,4$; | 3) $(9,38 + 5,12) \cdot (8,4 - 3,24)$. |
| 2) $(72 - 42,56) \cdot 0,08$; | |

923.° Во многих странах мира, в том числе и в Украине, температуру измеряют по шкале Цельсия¹. В некоторых странах, в частности в США, температуру измеряют по шкале Фаренгейта². Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Сколько градусов по шкале Фаренгейта соответствуют 25 градусам по шкале Цельсия?



¹ *Андерс Цельсий* (1701–1744) — шведский астроном и физик. В 1742 г. разработал температурную шкалу, названную в его честь.

² *Габриэль Даниэль Фаренгейт* (1686–1736) — немецкий физик. В 1724 г. разработал температурную шкалу, названную в его честь.

- 924.° Килограмм лимонов стоит 35 грн. Юра купил 1 кг 700 г лимонов. Сколько сдачи он должен получить со 100 грн? Ответ дайте в гривнях и копейках.
- 925.° Вычислите площадь теннисного корта, длина и ширина которого равны 23,75 м и 10,92 м. Округлите ответ до единиц.
- 926.° В первый день регаты яхта «Беда» двигалась 12,6 ч со скоростью 26,5 км/ч, а на следующий день — 10,5 ч со скоростью 28,4 км/ч. Какой путь преодолела яхта за два дня регаты?
- 927.° Во время стоянки яхты «Беда» в Одессе боцман Лом закупил рыбу: 8,3 кг камбалы по 12,6 грн за килограмм и 10,6 кг бычков по 9,7 грн за килограмм. Сколько денег потратил Лом на покупку рыбы?
- 928.° Дед Остап продал 15,8 кг вишен по 20,5 грн за килограмм и 20,5 кг слив по 16 грн за килограмм. За какие фрукты он выручил больше денег и на сколько?
- 929.° В походе группа туристов 8,5 ч шла пешком со скоростью 4,2 км/ч и 9,2 ч плыла по реке на плоту со скоростью 3,5 км/ч. Какое из расстояний, преодоленных туристами, — по суше или по реке — больше и на сколько километров?
- 930.° На рисунке 209 изображен счетчик электроэнергии, установленный в квартире семьи Иваненко. На рисунке 209, а показано состояние счетчика на 1 марта, на рисунке 209, б — на 1 апреля. Сколько семья Иваненко должна уплатить за потребленную в течение марта электроэнергию, если при потреблении электроэнергии в пределах от 1 киловатт-часа до 100 киловатт-часов (кВт · ч) действует тариф 0,9 грн за 1 кВт · ч, а за потребленную более 100 кВт · ч электроэнергию применяется тариф 1,68 грн за 1 кВт · ч?



Рис. 209

931.° На рисунке 210 изображен счетчик холодной воды, установленный в квартире семьи Петренко. На рисунке 210, *а* показано состояние счетчика на 1 июня, на рисунке 210, *б* — на 1 июля. Сколько семья Петренко должна уплатить за июнь за поставку холодной воды и водоотвод, если тариф на эти услуги составляет 15,79 грн за 1 м³ воды?



Рис. 210

932.° Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $0,2 \cdot 32,8 \cdot 5$; | 3) $0,8 \cdot 47,5 \cdot 12,5$; |
| 2) $0,25 \cdot 24,3 \cdot 0,4$; | 4) $73 \cdot 0,5 \cdot 0,4$. |

933.° Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $0,4 \cdot 17 \cdot 2,5$; | 3) $0,05 \cdot 6,73 \cdot 0,2$; |
| 2) $0,125 \cdot 4,3 \cdot 80$; | 4) $0,4 \cdot 0,36 \cdot 5$. |

934.° Упростите выражение:

- | | | |
|-----------------------|------------------------------|--|
| 1) $1,3 \cdot 0,2a$; | 4) $2,8 \cdot y \cdot 0,5$; | 7) $0,27m \cdot 0,3n$; |
| 2) $0,9b \cdot 8$; | 5) $0,6a \cdot 0,08b$; | 8) $0,4a \cdot 8 \cdot b \cdot 0,3c$; |
| 3) $0,23 \cdot 40b$; | 6) $1,1x \cdot 1,4y$; | 9) $1,2x \cdot 0,3y \cdot 5z$. |

935.° Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $0,5a \cdot 20b$, если $a = 4$, $b = 6,8$;
- 2) $0,25x \cdot 0,4y$, если $x = 1,2$, $y = 0,3$;
- 3) $4m \cdot 0,5n$, если $m = 0,22$, $n = 100$;
- 4) $0,8k \cdot 12,5c$, если $k = 0,58$, $c = 0,1$.

936.° Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- | | |
|--|--|
| 1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$; | 3) $0,946 \cdot 26,8 + 0,946 \cdot 23,2$; |
| 2) $59,8 \cdot 4,9 - 59,7 \cdot 4,9$; | 4) $7,54 \cdot 3,24 - 7,54 \cdot 3,14$. |

937.° Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- | | |
|--|--|
| 1) $0,47 \cdot 6,32 + 6,32 \cdot 0,53$; | 2) $85,6 \cdot 9,2 - 85,3 \cdot 9,2$. |
|--|--|

938.* Выразите величины в одинаковых единицах измерения и сравните их:

- | | |
|-------------------------|-----------------------|
| 1) 1,36 кг и 589,6 г; | 4) 92,6 см и 9,24 дм; |
| 2) 2396,4 г и 2,278 кг; | 5) 31,6 кг и 0,432 ц; |
| 3) 28,4 мм и 2,84 см; | 6) 85,1 ц и 8,09 т. |

939.* Выразите величины в одинаковых единицах измерения и сравните их:

- | | |
|------------------------|----------------------|
| 1) 6,4 дм и 64,2 см; | 3) 4,2 ц и 416,5 кг; |
| 2) 265,8 см и 2,663 м; | 4) 0,8 т и 7,36 ц. |

940.* В XVIII в. с развитием торговли и промышленности назрела необходимость привести различные меры в определенную систему. Так, были утверждены следующие единицы длины: верста, сажень, аршин, вершок. Верста была равна 500 сажням, сажень — 3 аршинам, аршин — 16 вершкам. Скольким километрам равна верста, если вершок равен 4,445 см?

941.* В старину пользовались следующими мерами массы: пуд, фунт, золотник. Пуд был равен 40 фунтам, фунт — 96 золотникам. Скольким килограммам равен пуд, если золотник равен 4,266 г? Ответ округлите до сотых.

942.* Из одного села в одном направлении одновременно выехали два велосипедиста. Один из них ехал со скоростью 11,4 км/ч, а второй — со скоростью 9,8 км/ч. Каким было расстояние между ними через 6,5 ч после начала движения?

943.* Из одного порта в другой одновременно вышли теплоход и катер. Скорость теплохода равна 26,3 км/ч, а скорость катера — 30,8 км/ч. Каким было расстояние между ними через 5,4 ч после начала движения?



944.* С одной станции в противоположных направлениях одновременно отправились два поезда. Один из них шел со скоростью 63,4 км/ч, а второй — 58,6 км/ч. Каким было расстояние между ними через 9,3 ч после начала движения?

- 945.*** Из одного города в противоположных направлениях одновременно выехали два автомобиля. Скорость одного автомобиля равна 72,5 км/ч, что на 8,7 км/ч больше, чем скорость второго. Каким было расстояние между ними через 3,6 ч после начала движения?
- 946.*** Из двух городов навстречу друг другу одновременно выехали велосипедист и легковой автомобиль. Велосипедист ехал со скоростью 13,8 км/ч, а автомобиль — в 6,3 раза быстрее. Найдите расстояние между городами, если велосипедист и автомобиль встретились через 4,5 ч после начала движения.
- 947.*** Из двух сел навстречу друг другу одновременно отправились велосипедист и пешеход. Пешеход шел со скоростью 3,2 км/ч, что в 4,2 раза меньше скорости велосипедиста. Найдите расстояние между селами, если велосипедист и пешеход встретились через 1,6 ч после начала движения.
- 948.*** Найдите значение выражения:
- 1) $(8,2 \cdot 0,45 + 14,71) \cdot 3,8 - 49,436$;
 - 2) $(3,6 \cdot 4,25 - 0,7) \cdot 5,9 + 7,9 \cdot 0,2$;
 - 3) $0,7 \cdot (34,1 - 18,4) + 0,5 \cdot 18,6 - (9,8 + 1,6) \cdot 1,4$.
- 949.*** Найдите значение выражения:
- 1) $(2,35 \cdot 6,8 - 6,793) \cdot 0,4 + 1,3252$;
 - 2) $3,4 \cdot 6,5 - 0,25 \cdot (17,6 \cdot 1,5 + 3,28)$;
 - 3) $(36,8 - 15,3) \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 12,4 - (18,6 - 13,8) \cdot 0,5$.
- 950.*** На какое число надо умножить число 7,08, чтобы получить:
- 1) 70,8; 2) 7080; 3) 0,708; 4) 0,000708?
- 951.*** На какое число надо умножить число 0,47, чтобы получить:
- 1) 47; 2) 47 000; 3) 0,047; 4) 0,000047?
- 952.*** Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
- 1) $6,5 \cdot 2,46 - 6,5 \cdot 2,29 - 6,5 \cdot 0,17$;
 - 2) $12,36 \cdot 1,39 + 1,11 \cdot 12,36 - 2,5 \cdot 4,36$.
- 953.*** Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
- 1) $0,37 \cdot 4,6 - 1,8 \cdot 0,37 + 0,37 \cdot 7,2$;
 - 2) $6,74 \cdot 0,13 + 0,47 \cdot 6,74 + 0,6 \cdot 1,76$.
- 954.*** Упростите выражение и вычислите его значение:
- 1) $0,13p + 0,47p$, если $p = 0,14$;
 - 2) $0,072b - 0,043b$, если $b = 5,4$;
 - 3) $3,8x + 1,7x - 5,4x + 0,1x$, если $x = 0,678$;
 - 4) $8,6c - 3,5c - 0,1c + 0,296$, если $c = 0,58$.

955.* Упростите выражение и вычислите его значение:

- 1) $3,4x + 5,6x$, если $x = 0,08$;
- 2) $5,4a - 3,9a$, если $a = 0,26$;
- 3) $1,8t - 0,5t + 0,7t$, если $t = 3,94$;
- 4) $0,19z - 0,12z + 0,33z - 1,92$, если $z = 8,2$.

956.* Лодка плыла 1,8 ч по течению реки и 2,6 ч против течения. Какой путь проплыла лодка за все время движения, если скорость течения равна 2,4 км/ч, а собственная скорость лодки — 18,9 км/ч?

957.* Теплоход плыл 4,5 ч против течения и 0,8 ч по течению реки. Какой путь прошел теплоход, если его скорость против течения равна 24,6 км/ч, а скорость течения — 1,8 км/ч?

958.* 1) Одна из сторон прямоугольника равна 2,3 м, что на 3,4 м меньше соседней стороны. Вычислите площадь и периметр прямоугольника.
2) Сторона квадрата равна 3,2 см. Вычислите его площадь и периметр.

959.* Одна из сторон прямоугольника равна 5,8 дм, что на 1,3 дм больше соседней стороны. Вычислите площадь и периметр прямоугольника.

960.* Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 4,6 см, 2,4 см и 3,6 см. Найдите: 1) сумму длин всех его ребер; 2) площадь его поверхности; 3) его объем.

961.* Ребро куба равно 0,6 дм. Найдите: 1) сумму длин всех его ребер; 2) площадь его поверхности; 3) его объем.

962.* Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 4,5 см, что в 2 раза меньше его длины и на 0,9 см больше его высоты. Найдите: 1) сумму длин всех его ребер; 2) площадь его поверхности; 3) его объем.

963.* Мама поручила Саше купить 1,5 кг печенья, 0,8 кг вафель и 0,5 кг конфет. Хватит ли Саше 180 грн, если 1 кг печенья стоит 48 грн, 1 кг вафель — 65 грн, а 1 кг конфет — 120 грн?

964.* К своему дню рождения Буратино купил 12 кг шоколадных конфет по 3,4 сольдо за килограмм, 7,5 кг зефира по 2,6 сольдо за килограмм и 14 бутылок лимонада по 1,5 сольдо за бутылку. Сколько денег осталось у Буратино, если сначала у него было 100 сольдо?

Упражнения для повторения

965. Ваня коллекционирует марки и значки. Треть четверти всех марок составляет 12 марок, а четверть трети всех значков — 12 значков. Чего больше, марок или значков, в коллекции Вани?
966. Длина прямоугольного листа бумаги равна 50 см, а ширина — 12 см. Сколько квадратов площадью 100 см^2 можно вырезать из этого листа бумаги?
967. Из-за небрежности плохо закрыли водопроводный кран, и теперь каждую секунду из него вытекает одна капля воды.
- 1) Сколько граммов воды вытечет за сутки, если масса 100 капель равна 7 г? Округлите ответ до тысяч граммов и выразите в килограммах.
 - 2) Сколько тонн воды вытечет за сутки, если в городе 120 000 квартир, в каждой из которых плохо закрыт кран?
 - 3) Сколько дней можно было бы поливать водой, которая вытекла во всем городе, огород площадью 10 а, на котором посажена капуста, если для полива 1 м^2 огорода требуется 15 л воды в сутки?

**Задача от Мудрой Совы**

968. В пятых классах 100 учащихся. Из них 75 учащихся изучают немецкий язык, 85 учащихся — французский, а 10 учащихся не изучают ни одного из этих языков. Сколько учащихся изучают только французский язык, а сколько — только немецкий?

35. Деление десятичных дробей

Вы знаете, что разделить натуральное число a на натуральное число b — это значит найти такое натуральное число c , которое при умножении на b дает число a . Это утверждение остается верным, если хотя бы одно из чисел a , b и c является десятичной дробью.

Рассмотрим несколько примеров, в которых делителем является натуральное число.

$$1,2 : 4 = 0,3, \text{ так как } 0,3 \cdot 4 = 1,2;$$

$$2,5 : 5 = 0,5, \text{ так как } 0,5 \cdot 5 = 2,5;$$

$$1 : 2 = 0,5, \text{ так как } 0,5 \cdot 2 = 1.$$

А как быть в тех случаях, когда деление не удается выполнить устно? Например, как разделить 43,52 на 17?

Увеличив делимое $43,52$ в 100 раз, получим число 4352 . Тогда значение выражения $4352 : 17$ в 100 раз больше значения выражения $43,52 : 17$. Выполнив деление уголком, вы легко установите, что $4352 : 17 = 256$. Здесь делимое увеличено в 100 раз. Значит, $43,52 : 17 = 2,56$. Заметим, что $2,56 \cdot 17 = 43,52$, что подтверждает правильность выполнения деления.

Частное $2,56$ можно получить иначе. Будем делить $43,52$ на 17 уголком, не обращая внимания на запятую. При этом запятую в частном поставим непосредственно перед тем, как будет использована первая цифра после запятой в делимом.

		4	3	,	5	2		1	7		
		3	4					2	,	5	6
					9	5					
					8	5					
					1	0	2				
					1	0	2				
										0	

Если делимое меньше делителя, то целая часть частного равна нулю. Например:

		1	,	7	8	1		1	3		
		0						0	,	1	3
		1	7								
		1	3								
			4	8							
			3	9							
				9	1						
				9	1						
						0					

		7	,	8	4	3		3	4	1	
		0						0	,	0	
		7	8								
		7	8								
			6	8	2						
			1	0	2	3					
			1	0	2	3					
										0	

Рассмотрим еще один пример. Найдем частное $3,1 : 5$. Имеем:

		3	,	1		5	
		0				0	6
		3	1				
		3	0				
			1			?	

Мы прекратили делить дальше, потому что цифры делимого закончились, а в остатке нуль не получили. Вы знаете, что десятичная дробь не изменится, если к ней справа приписать любое

количество нулей. Тогда становится понятно, что цифры делимого закончиться не могут. Имеем:

		3	1	5		
		-	0		0,6	2
			3	1		
			-	3	0	
				1	0	
				-	1	0
					0	

Теперь мы можем находить частное двух натуральных чисел, когда делимое не делится нацело на делитель. Например, найдем частное $31 : 5$. Очевидно, что число 31 не делится нацело на 5:

		3	1	5	
		-	3	0	6
				1	

Мы прекратили делить дальше, потому что цифры делимого закончились. Однако если представить делимое в виде десятичной дроби, то деление можно продолжить.

Имеем: $31 : 5 = 31,0 : 5$. Далее выполним деление уголком:

		3	1	0	5	
		-	3	0		6 2
				1	0	
				-	1	0
					0	

Следовательно, $31 : 5 = 6,2$.

В предыдущем пункте мы выяснили, что если запятую перенести вправо на 1, 2, 3 и т. д. цифры, то дробь увеличится соответственно в 10, 100, 1000 и т. д. раз, а если запятую перенести влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры, то дробь уменьшится соответственно в 10, 100, 1000 и т. д. раз.

Поэтому в тех случаях, когда делитель равен 100, 1000, 1000 и т. д., пользуются следующим правилом.

Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Например: $4,23 : 10 = 0,423$; $2 : 100 = 0,02$; $58,63 : 1000 = 0,05863$.

Итак, мы научились делить десятичную дробь на натуральное число.

Покажем, как деление на десятичную дробь можно свести к делению на натуральное число.

$$\text{Имеем: } \frac{2}{5} \text{ км} = 400 \text{ м, } \frac{20}{50} \text{ км} = 400 \text{ м, } \frac{200}{500} \text{ км} = 400 \text{ м.}$$

$$\text{Получаем: } \frac{2}{5} = \frac{20}{50} = \frac{200}{500}, \text{ то есть } 2 : 5 = 20 : 50 = 200 : 500.$$

Этот пример иллюстрирует следующее: *если делимое и делитель увеличить одновременно в 10, 100, 1000 и т. д. раз, то частное не изменится.*

Найдем частное $43,52 : 1,7$.

Увеличим одновременно делимое и делитель в 10 раз.

$$\text{Имеем: } 43,52 : 1,7 = 435,2 : 17.$$

Теперь осталось выполнить деление десятичной дроби 435,2 на натуральное число 17. А это вы уже умеете делать и легко установите, что $43,52 : 1,7 = 25,6$.

Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную, надо:

- 1) *перенести в делимом и в делителе запятые вправо на столько цифр, сколько их содержится после запятой в делителе;*
- 2) *выполнить деление на натуральное число.*

ПРИМЕР 1 Ваня собрал 140 кг яблок и груш, из них 0,24 составляли груши. Сколько килограммов груш собрал Ваня?

$$\text{Решение. Имеем: } 0,24 = \frac{24}{100}.$$

$$1) 140 : 100 = 1,4 \text{ (кг)} \text{ — составляет } \frac{1}{100} \text{ яблок и груш.}$$

$$2) 1,4 \cdot 24 = 33,6 \text{ (кг)} \text{ — груш было собрано.}$$

Ответ: 33,6 кг. ◀

ПРИМЕР 2 На завтрак Винни-Пух съел 0,7 бочонка меда. Сколько килограммов меда было в бочонке, если Винни-Пух съел 4,2 кг меда?

$$\text{Решение. Имеем: } 0,7 = \frac{7}{10}.$$

$$1) 4,2 : 7 = 0,6 \text{ (кг)} \text{ — составляет } \frac{1}{10} \text{ всего меда.}$$

$$2) 0,6 \cdot 10 = 6 \text{ (кг)} \text{ — меда было в бочонке.}$$

Ответ: 6 кг. ◀



1. Как выполнить деление десятичной дроби на натуральное число углом?
2. Чему равна целая часть частного, если делимое меньше делителя?
3. Как разделить десятичную дробь на 10? на 100? на 1000?
4. Как разделить десятичную дробь на десятичную дробь?

Решаем устно

1. Решите уравнение:
1) $7x = 749$; 2) $96 : x = 8$; 3) $x \cdot 12 = 12$.
2. Чему равно значение выражения:
1) $1,6a + 1,6b$, если $a + b = 100$;
2) $2,5x - 2,5y$, если $x - y = 4$?
3. Во сколько раз надо увеличить число 0,05, чтобы получить:
1) 5; 2) 500?

Упражнения

969.° Выполните деление:

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| 1) $56,87 : 10$; | 3) $14,49 : 100$; | 5) $0,04 : 100$; |
| 2) $7 : 10$; | 4) $12 : 100$; | 6) $28 : 1000$. |

970.° Выполните деление:

- | | | |
|------------------|-------------------|---------------------|
| 1) $256 : 10$; | 3) $3 : 100$; | 5) $0,96 : 1000$; |
| 2) $37,5 : 10$; | 4) $70,2 : 100$; | 6) $125,7 : 1000$. |

971.° Найдите частное:

- | | | |
|-----------------|-------------------|-----------------|
| 1) $2,4 : 8$; | 4) $0,048 : 12$; | 7) $0,5 : 2$; |
| 2) $0,42 : 7$; | 5) $7 : 2$; | 8) $19 : 2$; |
| 3) $5,5 : 5$; | 6) $6,36 : 6$; | 9) $0,24 : 3$. |

972.° Выполните деление:

- | | | | |
|------------------|--------------------|----------------|---------------------|
| 1) $8,68 : 7$; | 4) $33,28 : 52$; | 7) $13 : 2$; | 10) $1 : 125$; |
| 2) $169,2 : 8$; | 5) $9,044 : 38$; | 8) $21 : 14$; | 11) $7,982 : 26$; |
| 3) $89,6 : 28$; | 6) $144,96 : 48$; | 9) $6 : 12$; | 12) $0,0432 : 36$. |

973.° Выполните деление:

- | | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|---------------------|
| 1) $85,2 : 6$; | 4) $11,34 : 42$; | 7) $48,16 : 16$; | 10) $14 : 112$; |
| 2) $13,8 : 4$; | 5) $3,198 : 26$; | 8) $17 : 5$; | 11) $45 : 6$; |
| 3) $78,2 : 34$; | 6) $453,2 : 22$; | 9) $2 : 8$; | 12) $0,1242 : 69$. |

974.° Вычислите:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $21,6 - 12,6 : 18 + 6$; | 3) $(21,6 - 12,6) : (18 + 6)$; |
| 2) $(21,6 - 12,6) : 18 + 6$; | 4) $21,6 - 12,6 : (18 + 6)$. |

975.° Найдите значение выражения:

- 1) $3,6 : 9 + 0,18 \cdot 5$;
- 2) $70,28 : 14 - 32,8 : 10 + 10,58 : 23$;
- 3) $47,04 - 47,04 : (46 + 38)$;
- 4) $(140 - 12,32) : 42 + 3,15 \cdot 16$.

976.° Выполните действия:

- 1) $3,8 \cdot 1,7 - 36,24 : 12$;
- 3) $22,08 - 22,08 : (74 - 26)$;
- 2) $53,4 : 15 + 224 : 100 - 36 : 8$;
- 4) $(134 - 15,97) : 29 + 4,24 \cdot 35$.

977.° Решите уравнение:

- 1) $x \cdot 13 = 132,6$;
- 4) $9,728x + 7,272x = 4,08$;
- 2) $64,6 : x = 17$;
- 5) $38,6x - 16,6x = 14,74$;
- 3) $x : 14,5 = 4,6$;
- 6) $1,2x + 4,6x - 2,8x = 0,15$.

978.° Решите уравнение:

- 1) $12 \cdot x = 112,8$;
- 4) $y + 27y = 0,952$;
- 2) $178,5 : x = 21$;
- 5) $33m - m = 102,4$;
- 3) $x : 3,2 = 10,5$;
- 6) $2,7x - 1,3x + 3,6x = 2$.

979.° Преобразуйте в десятичную дробь:

- 1) $\frac{3}{4}$;
- 2) $\frac{9}{20}$;
- 3) $\frac{23}{32}$;
- 4) $\frac{53}{40}$;
- 5) $\frac{263}{125}$.

980.° Преобразуйте в десятичную дробь:

- 1) $\frac{1}{2}$;
- 2) $\frac{5}{8}$;
- 3) $\frac{19}{25}$;
- 4) $\frac{19}{8}$;
- 5) $\frac{47}{200}$.

981.° Найдите частное:

- 1) $3,2 : 0,4$;
- 3) $0,084 : 0,04$;
- 5) $2,4 : 0,12$;
- 2) $0,36 : 0,9$;
- 4) $0,012 : 0,6$;
- 6) $0,3248 : 0,016$.

982.° Выполните деление:

- 1) $45,6 : 2,4$;
- 5) $9,246 : 0,23$;
- 9) $3 : 0,016$;
- 2) $29,88 : 8,3$;
- 6) $0,18564 : 0,78$;
- 10) $19,798 : 5,21$;
- 3) $60 : 1,25$;
- 7) $0,56 : 0,8$;
- 11) $0,2278 : 0,067$;
- 4) $8,4 : 0,07$;
- 8) $0,026 : 0,65$;
- 12) $24,1248 : 0,048$.

983.° Выполните деление:

- 1) $28,8 : 1,8$;
- 5) $4,928 : 0,16$;
- 9) $1 : 0,025$;
- 2) $12,88 : 4,6$;
- 6) $0,22274 : 0,43$;
- 10) $7,488 : 3,12$;
- 3) $81 : 2,25$;
- 7) $0,72 : 0,9$;
- 11) $0,1218 : 0,058$;
- 4) $9,6 : 0,04$;
- 8) $0,014 : 0,56$;
- 12) $6,1244 : 0,061$.

984.° Выполните деление:

- 1) $93,42 : 0,1$;
- 3) $12,7 : 0,01$;
- 5) $79,35 : 0,001$;
- 2) $8 : 0,1$;
- 4) $4 : 0,001$;
- 6) $4,87 : 0,00001$.

985.° Выполните деление:

- 1) $84,6 : 0,1$;
- 3) $0,73 : 0,01$;
- 5) $239,16 : 0,001$;
- 2) $54 : 0,1$;
- 4) $5 : 0,01$;
- 6) $1,9 : 0,0001$.

986.° Решите уравнение:

- 1) $y \cdot 4,9 = 2,94$; 4) $7,8a + 5,4a = 3,3$;
2) $y \cdot 0,7 = 0,0091$; 5) $1,3x - 0,82x = 6$;
3) $y : 2,3 = 5,6$; 6) $x - 0,28x = 36$.

987.° Найдите корень уравнения:

- 1) $9,2 \cdot y = 3,68$; 4) $3,8a + 4,6a = 13,44$;
2) $0,3y = 0,0162$; 5) $b - 0,872b = 32$;
3) $y : 1,2 = 10,2$; 6) $4,9m - 0,1m = 3,84$.

988.° Ширина проезжей части дороги равна 15 м. Зеленый сигнал светофора горит 20 с. С какой наименьшей скоростью должен начать двигаться пешеход с момента загорания зеленого сигнала, чтобы безопасно перейти дорогу?

989.° Мощность электростанции ДнепроГЭС составляет 1500 МВт, а Запорожской атомной электростанции (ЗАЭС), самой мощной электростанции Украины, — 5700 МВт. Во сколько раз мощность ЗАЭС больше, чем мощность ДнепроГЭС?



990.° Поезд проехал 135,8 км за 2,8 ч. Сколько километров он проедет за 6,2 ч с той же скоростью?

991.° За 1,8 кг печенья заплатили 45,36 грн. Сколько надо заплатить за 4,5 кг такого печенья?

992.° Аладдин купил для обезьянки Абу 6 кг бананов и 8 кг фиников, заплатив за все 136,4 драхмы. Сколько стоит 1 кг фиников, если 1 кг бананов стоит 10,2 драхмы?

993.° Барвинок собрал в своем саду 456,3 кг яблок и груш. Яблоки он разложил в 9 ящиков по 23,5 кг в каждый, а груши — поровну в 12 корзинок. Сколько килограммов груш было в каждой корзинке?

994.° От проволоки длиной 12 м отрезали кусок, длина которого составляла 0,1 длины всей проволоки. Сколько метров проволоки отрезали?

995.° Маша собрала в своем саду 320 кг фруктов и ягод, причем виноград составлял 0,01 собранного урожая. Сколько килограммов винограда собрала Маша?

996.° Петя прочитал 0,6 книги, в которой 180 страниц. Сколько страниц прочитал Петя?

997.° Аленка слепила 120 вареников с вишней и с картошкой, причем вареники с вишней составляли 0,8 всех вареников. Сколько вареников с вишней слепила Аленка?



998.° Турист прошел 2,7 км, что составляет 0,1 туристского маршрута. Какова длина всего маршрута?

999.° Иван Иванович купил сыну шоколадку за 12,5 грн, потратив на эту покупку 0,001 полученной заработной платы. Сколько гривень составляет заработная плата Ивана Ивановича?

1000.° В парке растет 48 елей, что составляет 0,6 всех деревьев. Сколько деревьев растет в парке?

1001.° На птицеферме было 960 цыплят, что составляло 0,8 всех птиц. Сколько всего птиц было на ферме?

1002.° Найдите значение выражения:

1) $84 : 0,35 - 4,64 : 5,8 - 60 : 48 + 2,9 : 0,58$;

2) $40 - (2,0592 : 0,072 - 19,63)$;

3) $7,67 : 0,65 - (0,394 + 0,7688) : 0,57$.

1003.° Вычислите:

1) $2,46 : 4,1 + 15 : 0,25 - 4 : 25 - 14,4 : 0,32$;

2) $50 - (2,3256 : 0,068 + 9,38)$;

3) $6,63 : 0,85 - (34 - 30,9248) : 0,62$.

1004.° Найдите объем куба, сумма длин всех ребер которого равна 30 дм.

1005.° Найдите площадь квадрата, периметр которого равен 12,8 см.

1006.° Выполните действия:

1) $(39 - 5,8 \cdot 1,2) : (42,4 - 38,4 : 16)$;

2) $(57,12 : 1,4 + 4,324 : 0,46) \cdot 1,5 - 28,16$.

1007.° Выполните действия:

1) $(14,6 \cdot 2,8 - 4,94) : (57,6 : 18 + 2,8)$;

2) $(55,08 : 1,8 - 4,056 : 0,52) \cdot 6,5 - 93,78$.

1008.* Найдите корень уравнения:

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(1,8 + x) \cdot 21 = 71,4$; | 7) $5,6 : (x - 6) = 8$; |
| 2) $16(4x - 3,4) = 6,08$; | 8) $5,6 : x - 6 = 8$; |
| 3) $(x - 1,25) \cdot 4,5 = 27$; | 9) $34,12 - x : 3,08 = 34,03$; |
| 4) $(x + 19,64) \cdot 0,18 = 144$; | 10) $x : 100 - 1,2367 = 2,9633$; |
| 5) $17(1,6 - 5x) = 2,38$; | 11) $9,2(0,01y + 0,412) = 4,6$; |
| 6) $9,66 : (x + 0,17) = 23$; | 12) $8,8(0,12y - 0,04) = 0,44$. |

1009.* Решите уравнение:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $8(x - 1,4) = 0,56$; | 4) $(51,32 + x) \cdot 0,12 = 72$; |
| 2) $(4,6 - x) \cdot 19 = 4,18$; | 5) $17,28 : (56 - x) = 36$; |
| 3) $(x - 7,3) \cdot 3,2 = 12,16$; | 6) $x : 4,28 + 16,47 = 19,97$. |

1010.* Найдите корень уравнения:

- | | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| 1) $9b + 6b - 0,15 = 6,15$; | 4) $16,4 - 5,4x = 14,78$; |
| 2) $17x - x + 5x - 1,9 = 17$; | 5) $10,2x - 7,4x + 0,88 = 2$; |
| 3) $1,7x + 88,42 = 94,2$; | 6) $0,6y + 0,18y - 2,376 = 5,58$. |

1011.* Решите уравнение:

- | | |
|------------------------------------|----------------------------------|
| 1) $14,63x + 3,37x - 0,48 = 2,4$; | 4) $9,3 - 0,14x = 8,95$; |
| 2) $16a - 7a + 0,96 = 2,22$; | 5) $8,6x - 6,9x + 0,49 = 1$; |
| 3) $2,6x + 5,04 = 5,3$; | 6) $1,2n + 1,3n - 1,39 = 0,61$. |

1012.* Расстояние между двумя островами равно 556,5 км. От этих островов навстречу друг другу одновременно отправились два корабля, которые встретились через 7 ч после отплытия. Один из кораблей шел со скоростью 36,8 км/ч. С какой скоростью двигался второй корабль?

1013.* Из своих жилищ навстречу друг другу одновременно вышли Братец Еж и Братец Кролик и встретились через 12 мин после начала движения. С какой скоростью шел Братец Еж, если расстояние между их жилищами равно 136,8 м, а Братец Кролик шел со скоростью 9,6 м/мин?



- 1014.* От двух станций, расстояние между которыми равно 20,8 км, в одном направлении одновременно отправились два поезда. Впереди шел поезд со скоростью 54,6 км/ч. Через 5 ч после начала движения его догнал второй поезд. Найдите скорость второго поезда.
- 1015.* Расстояние между двумя селами равно 12,2 км. Из этих сел в одном направлении одновременно отправились всадник и пешеход. Всадник скакал сзади со скоростью 10,2 км/ч и догнал пешехода через 2 ч после начала движения. Найдите скорость пешехода.
- 1016.* Из села Уютное со скоростью 9,4 км/ч выехал казак Черноусенко. Когда он отъехал от Уютного на 1,26 км, следом выехал казак Громовой со скоростью 11,2 км/ч. За какое время Громовой догонит Черноусенко?
- 1017.* Кот Том увидел мышонка Джерри на расстоянии 30,4 м и бросился за ним. Через сколько минут кот догонит мышонка, если Джерри убегает со скоростью 298,8 м/мин, а Том догоняет его со скоростью 302 м/мин?
- 1018.* Моторная лодка проплыла 28,64 км по течению реки и 52,16 км против течения. Сколько времени плыла лодка, если ее собственная скорость равна 34,2 км/ч, а скорость течения — 1,6 км/ч?
- 1019.* Катер проплыл 54,9 км по течению реки и 60,49 км против течения. На сколько минут дольше плыл катер против течения, чем по течению, если скорость катера в стоячей воде равна 28,4 км/ч, а скорость течения — 2,1 км/ч?
- 1020.* На три участка поля площадью 8,4 га, 6,8 га и 5,2 га завезли удобрения: на первый — навоз, на второй — торф, а на третий — смесь навоза и торфа (в одинаковом количестве на 1 га). Урожай ржи с этих участков соответственно составил: 63 ц, 61,2 ц и 57,2 ц. Какое удобрение лучше влияет на урожайность ржи?
- 1021.* На двух участках поля площадью по 5,4 га каждый вырастили 30,24 ц льна и 49,68 ц ячменя, не внося удобрений. На двух других участках площадью по 7,5 га каждый вырастили 39,75 ц льна и 170,25 ц ячменя, но уже с использованием удобрений. Сравните урожайность льна и ячменя, выращенных с использованием удобрений и без них.
- 1022.* Площадь прямоугольника равна площади квадрата со стороной 2,1 см. Одна из сторон прямоугольника равна 0,9 см. Вычислите периметр прямоугольника.

- 1023.* Площадь прямоугольника равна $5,76 \text{ м}^2$, а одна из его сторон — $3,6 \text{ м}$. Вычислите периметр прямоугольника.
- 1024.* Пользуясь формулой объема прямоугольного параллелепипеда $V = Sh$, вычислите:
- 1) площадь S основания, если $V = 9,12 \text{ см}^3$, $h = 0,6 \text{ см}$;
 - 2) высоту h , если $V = 76,65 \text{ см}^3$, $S = 10,5 \text{ см}^2$.
- 1025.* Первый насос перекачивает $18,56 \text{ м}^3$ воды за $3,2 \text{ ч}$, а второй — $22,32 \text{ м}^3$ воды за $3,6 \text{ ч}$. Какой из насосов перекачивает больше воды за 1 ч и на сколько кубических метров?
- 1026.* Кролики Фунт и Фант собирали капусту. Фунт собрал $65,34 \text{ кг}$ капусты за $5,4 \text{ ч}$, а Фант — $76,32 \text{ кг}$ за $7,2 \text{ ч}$. У кого из кроликов производительность труда (количество собранной капусты за 1 ч) выше и на сколько килограммов?
- 1027.* За несколько месяцев школьная библиотека потратила 4936 грн на покупку новых книг. За первый месяц было потрачено $0,4$ этой суммы, а за второй — $0,35$ оставшейся суммы. Сколько гривен потрачено за второй месяц?
- 1028.* Было отремонтировано 456 км дороги. За первую неделю отремонтировали $0,15$ дороги, а за вторую — $0,3$ остатка. Сколько километров дороги отремонтировали за вторую неделю работы?
- 1029.* Одно из слагаемых равно $2,88$, что составляет $0,36$ суммы. Найдите второе слагаемое.
- 1030.* Найдите разность двух чисел, если вычитаемое равно $65,8$ и составляет $0,28$ уменьшаемого.
- 1031.** Найдите число, $0,85$ которого равны $0,68$ числа 50 .
- 1032.* Найдите $0,128$ числа, $0,32$ которого составляют 80 .
- 1033.** Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы деление было выполнено верно:
- $$\begin{array}{r} 1) \quad \begin{array}{r} *, * * \overline{) * 9} \\ - 2 * \\ \hline * * \\ - 5 8 \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \begin{array}{r} *, * 5 \overline{) 3 9} \\ - 7 * \\ \hline * * * \\ - * * * \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \begin{array}{r} *, * 1 \overline{) * 9} \\ - 2 * \\ \hline * * * \\ - * * * \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$
- 1034.** Когда мальчик прочитал $0,35$ книги, а потом еще $0,1$ книги, то оказалось, что он прочитал на 15 страниц меньше половины книги. Сколько страниц в книге?
- 1035.** Если в некоторой десятичной дроби перенести запятую вправо через одну цифру, то дробь увеличится на $62,01$. Найдите эту дробь.

1036. Моторная лодка проплыла 43,4 км по течению реки за 3,5 ч и 39,6 км против течения за 4,5 ч. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения.

Упражнения для повторения

1037. Луч OC делит развернутый угол AOB на два угла так, что угол AOC на 50° больше угла BOC . Найдите градусные меры углов AOC и BOC .
1038. Луч OC делит прямой угол AOB на два угла так, что угол AOC в 4 раза меньше угла BOC . Найдите градусные меры углов AOC и BOC .
1039. Составьте выражение для вычисления площади закрашенной фигуры, изображенной на рисунке 211.

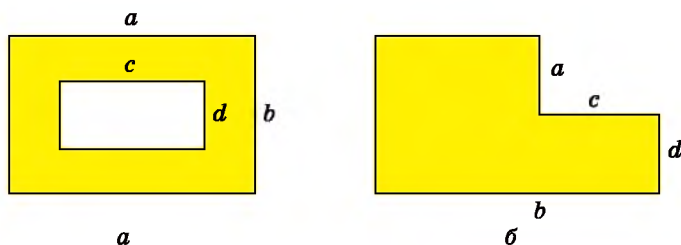


Рис. 211



Задача от Мудрой Совы

1040. Семь карандашей стоят больше, чем восемь тетрадей. Что дороже: восемь карандашей или девять тетрадей?

36. Среднее арифметическое. Среднее значение величины

Рассмотрим следующий пример. Пусть сумма возрастов 11 игроков одной футбольной команды равна 242 годам. Заметим, что $242 : 11 = 22$. Означает ли это, что все футболисты в команде обязательно одногодки и каждому из них 22 года? Конечно, нет. В команде могут быть футболисты, возраст которых как больше, так и меньше 22 лет. В таких случаях говорят, что **средний** возраст футболиста команды равен 22 годам. Это число получили как частное от деления суммы возрастов всех футболистов на их количество.

Средним арифметическим нескольких чисел называют частное от деления суммы этих чисел на количество слагаемых.

Говоря о значениях каких-либо величин, часто имеют в виду средние значения этих величин. Например, когда говорят, что с одного гектара поля собрали 38 ц пшеницы, то это не означает, что с каждого гектара поля было собрано именно такое количество центнеров пшеницы. Эту величину получили, разделив массу всего урожая, выраженную в центнерах, на площадь всего поля, выраженную в гектарах. Величина 38 ц является *средней урожайностью* 1 га данного поля.

Еще один пример. Если автомобиль проехал 120 км за 1,5 ч, то, разделив длину пути на время, получим *среднюю скорость* движения автомобиля. Она равна 80 км/ч. При этом автомобиль мог останавливаться, ехать со скоростью большей либо меньшей, чем 80 км/ч.

Средний возраст футболиста команды, средняя за один матч результативность футболиста, среднее количество молока, потребляемое одним жителем Украины в год, и т. п. — также примеры *средних значений величин*.

В повседневной жизни мы часто встречаемся со средними значениями величин. Например, приведем таблицу потребления основных продуктов питания в Украине (в килограммах на человека в год).

Наименование продукта	Год				
	2012	2013	2014	2015	2016
Мясо и мясопродукты	54,4	56,1	54,1	50,9	51,4
Молоко и молочные продукты	214,9	220,9	222,8	209,9	209,5
Сахар	37,6	37,1	36,3	35,7	33,3
Подсолнечное масло	13,0	13,3	13,1	12,3	11,7
Хлебопродукты	109,4	108,4	108,5	103,2	101,0

Такую таблицу могут использовать, например, экономисты и диетологи в своих исследованиях, выводах и рекомендациях, производители и поставщики сельскохозяйственной продукции при планировании своей деятельности.

ПРИМЕР 1 Автомобиль ехал 4 ч со скоростью 54 км/ч и 2 ч со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути.

Решение. 1) $54 \cdot 4 = 216$ (км) — проехал автомобиль со скоростью 54 км/ч.

2) $60 \cdot 2 = 120$ (км) — проехал автомобиль со скоростью 60 км/ч.

3) $216 + 120 = 336$ (км) — весь путь, пройденный автомобилем.

4) $4 + 2 = 6$ (ч) — общее время движения автомобиля.

5) $336 : 6 = 56$ (км/ч) — средняя скорость движения автомобиля.

Ответ: 56 км/ч. ◀

ПРИМЕР 2 Аленка купила 1,2 кг конфет одного вида по 30,6 грн за килограмм и 1,6 кг конфет второго вида. Средняя цена купленных конфет составила 42 грн за килограмм. Сколько стоил килограмм конфет второго вида?

Решение. 1) $1,2 + 1,6 = 2,8$ (кг) — всего купила конфет.

2) $42 \cdot 2,8 = 117,6$ (грн) — стоили все конфеты.

3) $30,6 \cdot 1,2 = 36,72$ (грн) — стоили конфеты первого вида.

4) $117,6 - 36,72 = 80,88$ (грн) — стоили конфеты второго вида.

5) $80,88 : 1,6 = 50,55$ (грн) — цена 1 кг конфет второго вида.

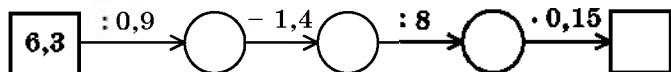
Ответ: 50,55 грн. ◀



1. Что называют средним арифметическим нескольких чисел?
2. Приведите примеры средних значений величин.

Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Сравните числа:

1) $\frac{39}{100}$ и 0,41;

4) $\frac{1}{5}$ и 0,5;

2) $\frac{4}{5}$ и 0,75;

5) $\frac{1}{2}$ и 0,499;

3) 0,3 и $\frac{31}{100}$;

6) $\frac{9}{10}$ и $\frac{894}{1000}$.

- 1053.*** Принимая участие в математической олимпиаде, Дима решил 10 задач. За каждую задачу он мог получить не более 12 баллов. За первые восемь задач мальчик получил среднюю оценку 7 баллов. Сколько баллов получил Дима за каждую из оставшихся двух задач, если среднее количество баллов за одну решенную задачу составляло 8?
- 1054.*** В университете оценка за семестр является средним арифметическим оценок за 5 тестов, которые сдают студенты в течение семестра. Наибольшая возможная оценка за каждый тест равна 100 баллам. Средняя оценка студентки Марии за четыре сданные ею теста равна 88 баллам. Сколько баллов должна получить Мария за пятый тест, чтобы ее оценка за семестр составила 90 баллов?
- 1055.**** Автомобиль ехал 3,4 ч по шоссе со скоростью 90 км/ч и 1,6 ч по грунтовой дороге. С какой скоростью ехал автомобиль по грунтовой дороге, если средняя скорость на всем пути составляла 75,6 км/ч?
- 1056.**** Купили 2 кг конфет одного вида по 64 грн за килограмм, 4 кг конфет второго вида по 82 грн за килограмм и еще 3 кг конфет третьего вида. Средняя цена купленных конфет составила 88 грн за килограмм. Сколько стоил килограмм конфет третьего вида?
- 1057.**** Среднее арифметическое четырех чисел равно 2,1, а среднее арифметическое трех других чисел — 2,8. Найдите среднее арифметическое этих семи чисел.
- 1058.**** Среднее арифметическое семи чисел равно 10,2, а среднее арифметическое трех других чисел — 6,8. Найдите среднее арифметическое этих десяти чисел.
- 1059.**** Средний возраст 11 футболистов команды равен 22 годам. Во время игры одного из футболистов удалили с поля, после чего средний возраст оставшихся игроков составил 21 год. Сколько лет было футболисту, который покинул поле?
- 1060.*** На сколько среднее арифметическое всех четных чисел от 1 до 1000 включительно больше среднего арифметического всех нечетных чисел от 1 до 1000 включительно?
- 1061.*** Семь гномов собрались вечером вокруг костра. Оказалось, что рост каждого гнома равен среднему арифметическому роста двух его соседей. Докажите, что все гномы были одинакового роста.

Упражнения для повторения

1062. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$1) \quad 9,88 \xrightarrow{:a} 3,8 \xrightarrow{-b} 1,74 \xrightarrow{+c} 6,09;$$

$$2) \quad 6,2 \xrightarrow{\cdot x} 17,36 \xrightarrow{+y} 20,1 \xrightarrow{:z} 1,5.$$

1063. Периметр прямоугольника равен 36,6 см, а одна из его сторон — 13,8 см. Вычислите площадь прямоугольника.

1064. Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 7,2 см, что составляет 0,8 его длины и 0,18 его высоты. Вычислите объем параллелепипеда.

1065. 1) В 25 банок разлили поровну 32 кг меда. Сколько меда налили в каждую банку? Ответ округлите до десятых.

2) Между 9 командами разделили поровну 25 кг призовых конфет. Сколько килограммов конфет получила каждая команда? Ответ округлите до десятых.

**Задача от Мудрой Совы**

1066. Одновременно на сковороде можно положить два карася. Чтобы поджарить одного карася с одной стороны, требуется 1 мин. Можно ли за 3 мин поджарить с двух сторон трех карасей?

37. Проценты.**Нахождение процентов от числа**

На практике люди часто пользуются сотыми частями величин. Например, сотая часть гектара — 1 ар (1 сотка), сотая часть века — 1 год, сотая часть гривни — 1 копейка, сотая часть метра — 1 сантиметр.

Для сотой части величины или числа придумали специальное название — один **процент** (от латинского *pro centum* — «на сто») и обозначение — 1 %.

Чтобы найти 1 % от величины, надо ее значение разделить на 100.

Например, 1 % от 300 кг равен 3 кг.

Действительно, $300 \text{ кг} : 100 = 3 \text{ кг}$.

Поскольку 1 % составляет $\frac{1}{100}$ величины, то, например, 3 %

составляют $\frac{3}{100}$ величины.

Так, 3 % от 1 км составляют $\frac{3}{100}$ километра, то есть 30 м.

Заметим, что 100 % величины составляют $\frac{100}{100}$ величины, то есть 100 % величины — это вся величина.

Например, если говорят, что работа выполнена на 100 %, то выполнена вся работа; если турист прошел 100 % маршрута, то он прошел весь маршрут.

Если мы хотим показать, как изменилась величина, то это можно сделать с помощью процентов. Для этого начальное значение величины принимают за 100 %.

Например, если спортивную секцию посещали 12 учащихся, а стали посещать 24, то изменение составило 12 учащихся, то есть 100 % от начальной величины. Говорят, что количество членов секции увеличилось на 100 %. Если во время новогодней распродажи мобильный телефон стал стоить в два раза дешевле, то говорят, что его цена снизилась на 50 %.

Вообще, если величина стала в два раза больше, то она увеличилась на 100 % (рис. 212), а если величина стала в два раза меньше, то она уменьшилась на 50 % (рис. 213).

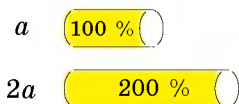


Рис. 212

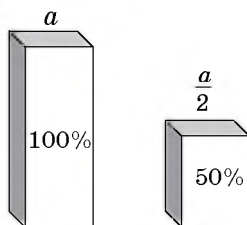


Рис. 213

Любое количество процентов можно записать в виде десятичной дроби или натурального числа. Для этого нужно число, стоящее перед знаком %, разделить на 100.

Например, $23 \% = 0,23$; $80 \% = 0,80 = 0,8$; $300 \% = 3$.

Также можно выполнить обратное преобразование, то есть записать десятичную дробь или натуральное число в процентах. Для этого нужно число умножить на 100 и к результату приписать знак %.

Например, $1,4 = 140 \%$; $0,02 = 2 \%$; $7 = 700 \%$.

Часто для того, чтобы иметь более точное представление о величине, удобно выразить ее в процентах. Предположим, что в первом

семестре Маша получила девять оценок «12» по математике — это много или мало? Ответить на этот вопрос нельзя, ведь неизвестно, сколько всего оценок по математике она получила в этом семестре и какую часть из них составляют оценки «12». А вот если сказать, что в этом семестре из ее оценок по математике 90 % — оценки «12», то сразу становится понятно: Маша очень хорошо знает этот предмет.

ПРИМЕР 1 Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов сахара содержится в 15 кг клубники?

Решение. 1) $15 : 100 = 0,15$ (кг) — составляет 1 % массы всей клубники.

2) $0,15 \cdot 6 = 0,9$ (кг) — сахара содержится в 15 кг клубники.

Ответ: 0,9 кг. ◀

Решив эту задачу, мы выяснили, сколько составляют 6 % от числа 15. Поэтому такую задачу называют **задачей на нахождение процентов от числа**.

ПРИМЕР 2 В магазин завезли 600 кг шоколадных конфет, печенья и мармелада. Конфеты составили 40 % завезенного товара, печенье — 25 %. Сколько килограммов мармелада завезли в магазин?

Решение. 1) $40 + 25 = 65$ (%) — завезенного товара составляют шоколадные конфеты и печенье.

2) $100 - 65 = 35$ (%) — составляет мармелад.

3) $600 : 100 = 6$ (кг) — составляет 1 % массы завезенного товара.

4) $6 \cdot 35 = 210$ (кг) — завезли мармелада.

Ответ: 210 кг. ◀

ПРИМЕР 3 Вкладчик положил в банк 4500 грн под 9 % годовых. Какой будет сумма на его счете через год? (Никаких операций, кроме начисления процентов, в это время со счетом проводиться не будет.)

Решение. Первый способ

1) $4500 : 100 = 45$ (грн) — составляет 1 % вклада.

2) $45 \cdot 9 = 405$ (грн) — будет начислено процентных денег на конец года.

3) $4500 + 405 = 4905$ (грн) — будет на счете через год.

Второй способ

1) $4500 : 100 = 45$ (грн) — составляет 1 % вклада.

2) $100 + 9 = 109$ (%) — исходной суммы составит сумма денег на счете на конец года.

3) $45 \cdot 109 = 4905$ (грн) — будет на счете через год.

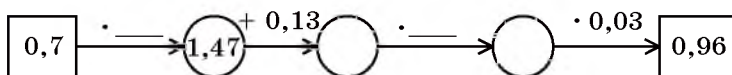
Ответ: 4905 грн. ◀



1. Как называют сотую часть величины или числа?
2. Как найти 1 % от величины?
3. Сколько процентов составляет вся величина?
4. Что нужно сделать, чтобы записать проценты в виде десятичной дроби или натурального числа?
5. Что нужно сделать, чтобы записать десятичную дробь или натуральное число в процентах?

Решаем устно

1. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



2. Найдите $\frac{1}{100}$ числа: 1) 300; 2) 70; 3) 9; 4) 54,2; 5) 6,39.
3. В саду растут 400 деревьев, из которых $\frac{17}{100}$ составляют вишни. Сколько вишневых деревьев растет в саду?
4. В школе 800 учащихся. Из них 0,14 имеют по математике годовую оценку 12 баллов. Сколько учащихся имеют по математике годовую оценку 12 баллов?
5. Чему равна сумма двух чисел, если она больше одного из них на 3,8, а второго — на 6,4?
6. Чему равно уменьшаемое, если оно больше вычитаемого на 1,9, а разности — на 2,3?

Упражнения

1067.° Найдите:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) 1 % от числа 800; | 4) 15 % от числа 60; |
| 2) 1 % от числа 4; | 5) 84 % от числа 140; |
| 3) 12 % от числа 45; | 6) 120 % от числа 50. |

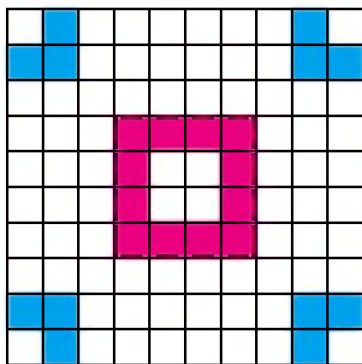
1068.° Найдите:

- | | |
|----------------------|------------------------|
| 1) 1 % от числа 76; | 4) 30 % от числа 120; |
| 2) 7 % от числа 300; | 5) 94 % от числа 16,5; |
| 3) 26 % от числа 10; | 6) 156 % от числа 62. |

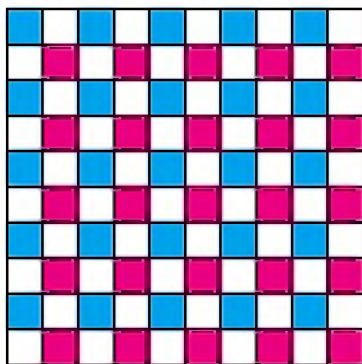
1069.° Суша занимает 29 % площади поверхности Земли, а Мировой океан — остальную поверхность. Сколько процентов площади поверхности Земли занимает Мировой океан?

1070.° Равнины составляют 95 % территории Украины, а горы — остальную территорию. Сколько процентов территории Украины занимают горы?

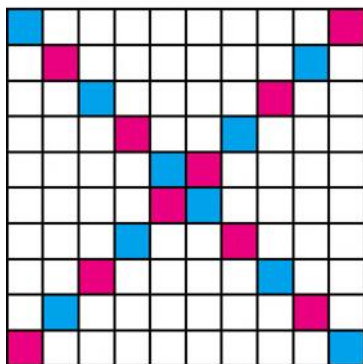
1071.° Сколько процентов площади квадрата, изображенного на рисунке 214, закрашено?



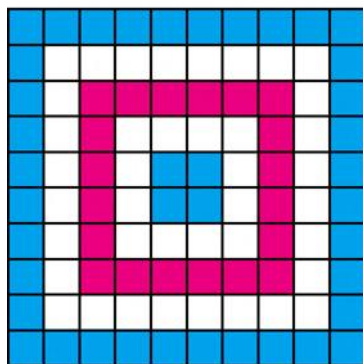
а



б



в



г

Рис. 214

1072.° Начертите квадрат, сторона которого в 10 раз больше стороны клетки тетради. Закрасьте часть квадрата, площадь которой составляет от площади квадрата:

- | | | | |
|----------|----------|----------|-----------|
| 1) 5 %; | 3) 20 %; | 5) 50 %; | 7) 92 %; |
| 2) 10 %; | 4) 42 %; | 6) 67 %; | 8) 100 %. |

1073.° Запишите в виде десятичной дроби:

- | | | | | | |
|---------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| 1) 1 %; | 2) 8 %; | 3) 30 %; | 4) 140 %; | 5) 200 %; | 6) 4,5 %. |
|---------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|

1074.° Запишите в виде десятичной дроби:

- 1) 6 %; 2) 14 %; 3) 40 %; 4) 84 %; 5) 160 %; 6) 600 %.

1075.° Запишите в процентах:

- 1) 0,24; 2) 0,04; 3) 0,4; 4) 0,682; 5) 1,6; 6) 8.

1076.° Запишите в процентах:

- 1) 0,58; 2) 0,8; 3) 0,08; 4) 0,008; 5) 2,5; 6) 10.

1077.° Запишите в виде обыкновенной дроби:

- 1) 50 %; 2) 25 %; 3) 10 %; 4) 20 %; 5) 80 %; 6) 75 %.

1078.° Площадь поля равна 420 га. Рожью засеяли 15 % поля. Сколько гектаров засеяли рожью?

1079.° Организм подростка должен получать 4,5 мг каротина¹ в сутки, а потребность организма в витамине А составляет 30 % от потребности в каротине. Сколько миллиграммов витамина А должен получать в сутки организм подростка?

1080.° Сплав содержит 8 % меди. Сколько килограммов меди содержится в 360 кг сплава?

1081.° Морская вода содержит 6 % соли. Сколько соли содержится в 250 кг морской воды?

1082.° В 2016 г. в Украине количество людей, имеющих полное высшее образование, составило 118,2 % по сравнению с аналогичным показателем в 2008 г. Сколько человек в 2016 г. имели полное высшее образование, если в 2008 г. их было 6 905 000? Ответ округлите до тысяч.

1083.° В 2008 г. в Украине из каждых 1000 жителей в возрасте 6 лет и старше полное общее среднее образование имел 171 человек. В 2014 г. этот показатель составил 112 % по сравнению с аналогичным показателем в 2008 г. Сколько человек из каждой тысячи имели полное общее среднее образование в 2014 г.? Ответ округлите до единиц.

1084.° Площадь Киевского водохранилища равна 922 км², а Каневского — 675 км². Площадь мелководья составляет 40 % общей площади Киевского водохранилища и 24 % площади Каневского. На каком из водохранилищ мелководье занимает большую площадь?

¹ *Каротин* — вещество, содействующее нормальной работе многих органов человека, в частности, играет важную роль в функционировании органов зрения. Много каротина содержится в моркови, плодах шиповника и т. п.

- 1085.* За два дня продали 125 кг яблок, причем в первый день продали 46 % яблок. Сколько килограммов яблок продали во второй день?
- 1086.* Илья Муромец, победив Соловья-разбойника, нашел в его логове 80 пудов золота и серебра. Золото составляло 45 % со-
кровищ. Сколько пудов серебра нашел Илья Муромец?
- 1087.* В супермаркете проводится акция. Коробка конфет неко-
торого вида стоит 80 грн. При покупке двух таких коробок на
вторую коробку предоставляется скидка в размере 35 %. Сколько
гривень надо будет заплатить за покупку двух коробок конфет
в период действия акции?
- 1088.* Стоимость проезда в электричке от станции *A* до станции *B*
составляет 28 грн. Школьникам предоставляется скидка в раз-
мере 50 %. Сколько гривень будет стоить проезд для группы,
состоящей из 23 школьников и 2 учителей?
- 1089.* За июнь 2017 года рабочему начислили заработную плату
в размере 6200 грн. Из этой суммы высчитали 18 % налога с до-
ходов физических лиц и 1,5 % военного сбора. Сколько денег
получил рабочий после этих вычетов?
- 1090.* Дед Афанасий собрал со своего огорода 1200 кг овощей. Из
них 26 % составляли огурцы, 48 % — картофель, а остальное —
капуста. Сколько килограммов капусты собрал дед Афанасий?
- 1091.* В магазин завезли 200 банок варенья. 24 % этого количества
составляли банки с клубничным вареньем, 32 % — с малиновым,
а остальное — с вишневым. Сколько банок вишневого варенья
завезли в магазин?
- 1092.* В саду растут 1500 деревьев, из них 60 % составляют фрук-
товые деревья. Черешни составляют 52 % фруктовых деревьев.
Сколько черешен растет в саду?
- 1093.* Финансовые потери акционерного общества «Лебедь, Рак
и Щука» за три летних месяца составили 24 600 грн. В июне
убытки составили 35 % этой суммы, а в июле — 110 % июнь-
ских убытков. Сколько гривень составили убытки акционерного
общества в июле?
- 1094.* Длина прямоугольника равна 80 см, его ширина составляет
80 % длины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.
- 1095.* Длина прямоугольного параллелепипеда равна 60 см, его
ширина составляет 70 % длины, а высота — 125 % длины. Вы-
числите объем параллелепипеда.
- 1096.* Ширина прямоугольника равна 40 см, его длина составляет
135 % ширины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

- 1097.*** Длина тормозного пути по сухому асфальту при скорости движения автомобиля 40 км/ч составляет 0,026 % его скорости. Водитель автомобиля, ехавшего с этой скоростью, увидел человека, перебегающего дорогу на расстоянии 12 м перед ним, и нажал на тормоза. Удастся ли водителю избежать травмирования пешехода?
- 1098.*** Петр Пятак положил в банк 14 000 грн под 10 % годовых. Какая сумма будет на его счете через год? через два года? (Никаких операций, кроме начисления процентов, в это время со счетом проводиться не будет.)
- 1099.*** Отправившись в морское путешествие, Синдбад-мореход взял с собой 1200 л пресной воды. Каждую неделю он расходовал 15 % запаса воды, который у него оставался. Сколько литров воды осталось у Синдбада через неделю путешествия? через две недели?
- 1100.**** За четыре дня яхта прошла 800 км. В первый день было пройдено 30 % всего расстояния, во второй день — $\frac{5}{8}$ расстояния, пройденного в первый день, а в третий день — 128 % расстояния, пройденного во второй. Сколько километров прошла яхта в четвертый день?
- 1101.**** Баба-Яга, Кощей Бессмертный, Змей Горыныч и Соловей-разбойник выиграли в лотерею 1800 грн. Баба-Яга выиграла 24 % этой суммы, Кощей — 125 % суммы, которую выиграла Баба-Яга, Змей Горыныч — $\frac{4}{9}$ суммы, которую выиграл Кощей, а остаток суммы — Соловей-разбойник. Сколько гривен выиграл Соловей-разбойник?

Упражнения для повторения

- 1102.** Василиса испекла пирожки с вишней и угостила ими своих друзей. Они съели 24 пирожка, после чего у Василисы осталась $\frac{1}{5}$ всех пирожков. Сколько всего пирожков испекла девочка?
- 1103.** Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:
- 1) $m \xrightarrow{\cdot 0,75} 15 \xrightarrow{-x} 2,56 \xrightarrow{:n} 3,2;$
- 2) $a \xrightarrow{\cdot 2,6} 27,04 \xrightarrow{+b} 30 \xrightarrow{:c} 125.$
- 1104.** Иван Трудолюб собрал по 1200 ц кукурузы с одного гектара поля, площадь которого составляла 12,5 га. Для перевозки

урожая он арендовал грузовики, каждый из которых перевозил по 2,5 т и сделал по 15 рейсов. Сколько грузовиков арендовал Иван Трудолюб?

1105. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 260 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Скорость одного автомобиля равна 70 км/ч, а скорость второго — 60 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через 2,5 ч после начала движения?



Задача от Мудрой Совы

1106. В 5 классе диктант по русскому языку писали 30 учеников. Петя Ленивец сделал 14 ошибок — больше, чем любой другой ученик класса. Покажите, что по крайней мере 3 ученика сделали одинаковое количество ошибок. (В этом классе могли быть ученики, которые не сделали ни одной ошибки.)

38. Нахождение числа по его процентам

В предыдущем пункте мы научились находить проценты от данного числа.

Рассмотрим еще один тип задач на проценты.

ПРИМЕР 1 В сливочном мороженом содержится 14 % сахара. Сколько килограммов мороженого изготовили, если было использовано 49 кг сахара?

Решение. 1) $49 : 14 = 3,5$ (кг) — составляют 1 % всей массы мороженого.

2) $3,5 \cdot 100 = 350$ (кг) — изготовили мороженого.

Ответ: 350 кг. ◀

В этой задаче мы нашли число 350, зная, что число 49 составляет от искомого числа 14 %. Такую задачу называют **задачей на нахождение числа по его процентам**.

ПРИМЕР 2 За день рабочий изготовил 48 деталей, что составляет 120 % количества деталей, которые он должен был изготовить по плану. Сколько деталей рабочему надо было изготовить по плану?

Решение. 1) $48 : 120 = 0,4$ (детали) — составляют 1 % плана.

2) $0,4 \cdot 100 = 40$ (деталей) — надо было изготовить по плану.

Ответ: 40 деталей. ◀

ПРИМЕР 3 В роще растут дубы, клены и березы. Дубы составляют 15 % всех деревьев, клены — 23 %, а берез растет 248. Сколько всего деревьев растет в роще?

Решение. 1) $15 + 23 = 38$ (%) — всех деревьев составляют дубы и клены.

2) $100 - 38 = 62$ (%) — всех деревьев составляют березы.

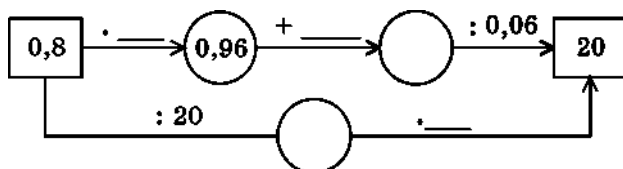
3) $248 : 62 = 4$ (деревя) — составляют 1 % всех деревьев.

4) $4 \cdot 100 = 400$ (деревьев) — растет в роще.

Ответ: 400 деревьев. 

Решаем устно

1. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



2. Золотую медаль за успехи в учебе получили 14 выпускников, что составляет $\frac{1}{100}$ всех учащихся школы. Сколько учащихся в этой школе?

3. Возраст Светы составляет $\frac{2}{9}$ возраста ее отца. Сколько лет отцу, если Свете 8 лет?

4. Какую часть числа составляют:

1) 50 % этого числа;

3) 10 % этого числа;

2) 25 % этого числа;

4) 2 % этого числа?

5. Решите уравнение:

1) $4x - 2,6x = 42$;

2) $3,9x + 4,2x = 0,81$.

6. Сравните 40 % числа 80 и 80 % числа 40.

7. Одно число составляет 50 % второго. Во сколько раз второе число больше первого?

Упражнения

1107.° Заполните таблицу:

1 % числа	Данное число
6	
3	
4,2	
7,68	

1108.° Найдите число, если:

- 1) 20 % этого числа равны 40;
- 2) 54 % этого числа равны 81;
- 3) 280 % этого числа равны 70.

1109.° Найдите число, если:

- 1) 1 % этого числа равен 7;
- 2) 1 % этого числа равен 0,36;
- 3) 12 % этого числа равны 4,8;
- 4) 104 % этого числа равны 260.

1110.° За первую неделю турист прошел 32 км, что составляет 40 % туристического маршрута. Сколько километров составляет длина маршрута?

1111.° Отец купил сыну игрушку по цене 27 грн, что составляет 1,5 % его заработной платы. Вычислите заработную плату отца.

1112.° Руда содержит 60 % железа. Сколько тонн руды надо взять, чтобы в ней содержалось 72 т железа?

1113.° Раствор содержит 14 % соли. Сколько килограммов раствора надо взять, чтобы в нем содержалось 49 кг соли?

1114.° Банк выплачивает своим вкладчикам 8 % годовых. Сколько денег надо положить в банк, чтобы через год получить 60 грн прибыли?

1115.° Масса сушеных слив составляет 15 % массы свежих. Сколько килограммов свежих слив надо взять, чтобы получить 36 кг сушеных?

1116.° За неделю бригада рабочих отремонтировала 138 м дороги, что составляет 115 % плана. Сколько метров дороги планировали отремонтировать за неделю?

1117.° За обедом Карлсон съел 28,8 кг варенья, что составило 120 % варенья, которое он планировал съесть. Сколько варенья планировал съесть Карлсон за обедом?

1118.° Предприниматель выплачивает за аренду помещений 20 % месячной прибыли. Однажды он подсчитал, что после оплаты аренды помещений у него осталось 12 000 грн от прибыли, полученной в этом месяце. Какую сумму составила прибыль до оплаты аренды?

1119.° В процессе сушки яблоки теряют 84 % своей массы. Сколько килограммов свежих яблок надо взять, чтобы получить 24 кг сушеных?

- 1120.*** При тушении мясо теряет 24 % своей массы. Сколько килограммов сырого мяса надо взять, чтобы получить 19 кг тушеного?
- 1121.*** На обед в харчевне «Три пескаря» лиса Алиса и кот Базилио заказали салат «Оливье», жареного поросенка и торт из мороженого. Когда им принесли счет, оказалось, что за салат надо заплатить 28 % суммы, за поросенка — 54 %, а за торт — остальные 108 сольдо. Сколько сольдо стоил обед Алисы и Базилио?
- 1122.*** Трое друзей собирали грибы. Первый собрал 37 % всех грибов, второй — 25 %, а третий — остальные 76 грибов. Сколько всего грибов они собрали?
- 1123.*** Длина прямоугольного параллелепипеда равна 50 см, а ширина составляет 24 % длины. Вычислите объем параллелепипеда, если ширина составляет 30 % высоты.
- 1124.*** Площадь биосферного заповедника «Аскания-Нова» (Херсонская область) равна 11,1 тыс. га. Площадь природного заповедника «Медоборы» (Тернопольская область) составляет 94 % площади заповедника «Аскания-Нова» и 25 % площади национального природного парка «Синевир» (Закарпатье). Найдите площадь заповедника «Медоборы» и площадь парка «Синевир».



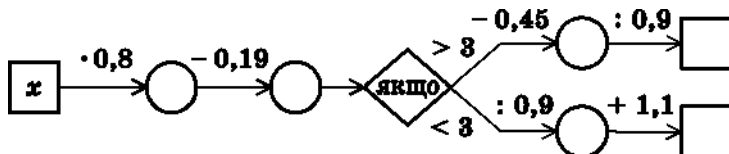
Заповедник «Аскания-Нова»

- 1125.*** В первый день турист прошел 7,2 км, во второй день — 150 % пути, пройденного в первый. Сколько километров прошел турист за три дня, если во второй день он прошел 90 % пути, пройденного в третий?
- 1126.*** В саду растут яблони и вишни, причем яблони составляют 41 % всех деревьев. Вишен растет на 54 дерева больше, чем яблонь. Сколько деревьев растет в саду? Сколько среди них вишен?

- 1127.*** За два дня проложили кабель. В первый день проложили 68 % длины кабеля, а во второй — на 115,2 м меньше, чем в первый. Сколько всего метров кабеля проложили за два дня? Сколько метров кабеля проложили в первый день?
- 1128.*** В саду растут кусты красных, розовых и белых роз. Красные розы составляют 40 % всех кустов, розовые — 58 % остальных кустов, а белых роз растет 126 кустов. Сколько всего кустов роз растет в саду?
- 1129.*** В первый день Вася прочитал 25 % всей книги, во второй — 68 % оставшихся страниц, а в третий — последние 96 страниц. Сколько всего страниц в книге?
- 1130.*** Сколько килограммов картофеля продал магазин за три дня, если в первый день продали 32 % массы всего картофеля, во второй — 45 % массы оставшегося, а в третий — 561 кг?
- 1131.*** На новогодний праздник в школу завезли три вида мороженого: шоколадное, клубничное и ванильное. Шоколадное составляло 52 % массы всего мороженого, клубничное — 25 % массы шоколадного, а ванильное — остальные 140 кг. Сколько килограммов мороженого завезли в школу?
- 1132.*** В саду Барвинка росли астры, гладиолусы и георгины. Астры составляли 60 % всех цветов, гладиолусы — 40 % количества астр, а георгинов было 32 цветка. Сколько астр росло в саду Барвинка?

Упражнения для повторения

- 1133.** Заполните пропуски в цепочке вычислений, если: 1) $x = 2,6$; 2) $x = 8$.



- 1134.** Решите уравнение:
- 1) $0,31x + 1,2 = 1,2124$;
 - 2) $0,5x - 17 = 40,52$;
 - 3) $4,6 - 0,03x = 1,3$;
 - 4) $0,4x + 0,24x - 0,26 = 0,764$.

1135. От двух пристаней, расстояние между которыми равно 63 км, одновременно навстречу друг другу отплыли две моторные лодки. Скорость одной из них равна 16 км/ч. Лодки встретились через 2 ч 6 мин после начала движения. Найдите скорость второй лодки.



1136. Сколько существует двузначных чисел, в записи которых использованы только: 1) цифры 0, 2, 4, 6 и 8; 2) цифры 1, 3, 5, 7 и 9? (Цифры могут повторяться.)



Задача от Мудрой Совы

1137. Для просмотра кинофильма в зрительном зале собрались учащиеся нескольких школ. Оказалось, что учащиеся одной из школ составляют 47 % количества зрителей. Сколько всего зрителей было в зале, если в нем 280 мест и более половины мест было занято?

ГЛАВНОЕ В ПАРАГРАФЕ 5

Свойства десятичной дроби

- Если к десятичной дроби справа приписать любое количество нулей, то получим дробь, равную данной.
- Значение дроби, оканчивающейся нулями, не изменится, если последние нули в ее записи отбросить.

Сравнение десятичных дробей

- Из двух десятичных дробей больше та, у которой целая часть больше.
- Чтобы сравнить две десятичные дроби с равными целыми частями и различным количеством цифр после запятой, надо с помощью приписывания нулей справа уравнивать количество цифр в дробных частях, после чего сравнить полученные дроби поразрядно.

Округление десятичных дробей

Для того чтобы десятичную дробь округлить до единиц, десятых, сотых и т. д., надо все следующие за этим разрядом цифры отбросить. Если при этом первая из отбрасываемых цифр равна 0, 1, 2, 3 или 4, то последнюю из оставшихся цифр оставляют без изменения; если же первая из отбрасываемых цифр равна 5, 6, 7, 8 или 9, то последнюю из оставшихся цифр увеличивают на единицу.

Округление натуральных чисел

При округлении натуральных чисел до какого-либо разряда вместо всех следующих за этим разрядом цифр младших разрядов пишут нули. Если первая из цифр, следовавших за этим разрядом, равна 0, 1, 2, 3 или 4, то цифру в данном разряде оставляют без изменения; если же первая из цифр, следовавших за этим разрядом, равна 5, 6, 7, 8 или 9, то цифру в данном разряде увеличивают на единицу.

Сложение десятичных дробей

Чтобы найти сумму двух десятичных дробей, надо:

- 1) уравнивать в слагаемых количество цифр после запятой;
- 2) записать слагаемые друг под другом так, чтобы каждый разряд второго слагаемого оказался под соответствующим разрядом первого слагаемого;
- 3) сложить полученные числа так, как складывают натуральные числа;

- 4) поставить в полученной сумме запятую под запятыми в слагаемых.

Вычитание десятичных дробей

Чтобы найти разность двух десятичных дробей, надо:

- 1) уравнять в уменьшаемом и вычитаемом количество цифр после запятой;
- 2) записать вычитаемое под уменьшаемым так, чтобы каждый разряд вычитаемого оказался под соответствующим разрядом уменьшаемого;
- 3) выполнить вычитание так, как вычитают натуральные числа;
- 4) поставить в полученной разности запятую под запятыми в уменьшаемом и вычитаемом.

Умножение десятичных дробей

- Чтобы перемножить две десятичные дроби, надо:
 - 1) умножить их как натуральные числа, не обращая внимания на запятые;
 - 2) в полученном произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.
- Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую вправо соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры.
- Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Деление десятичных дробей

- Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную, надо:
 - 1) перенести в делимом и в делителе запятые вправо на столько цифр, сколько их содержится после запятой в делителе;
 - 2) выполнить деление на натуральное число.
- Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Среднее арифметическое

Средним арифметическим нескольких чисел называют частное от деления суммы этих чисел на количество слагаемых.

Процент

Процентом называют сотую часть величины или числа.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ ЗА КУРС 5 КЛАССА

1138. Выполните действия:

- 1) $154 \cdot 78 + 3900 : 65 - 216 \cdot 53$;
- 2) $16\,728 : 82 - 5580 : 45 + 726 \cdot 29$;
- 3) $(39\,002 - 37\,236) \cdot 205 + 115 \cdot 78$;
- 4) $875 \cdot 480 - 406 \cdot (50\,004 - 48\,986)$;
- 5) $(21\,518 : 53 - 24\,332 : 79) \cdot 267$;
- 6) $(53\,734 : 67 - 59\,925 : 85) \cdot 436$;
- 7) $(327 \cdot 84 + 207\,673) : 47$;
- 8) $(924 \cdot 93 + 30\,271) : 29$;
- 9) $(216 \cdot 28 - 463\,680 : 92) : (86 \cdot 64 - 4496)$;
- 10) $(1004 \cdot 19 - 75\,110 : 37) : (408 \cdot 435 - 177\,479)$;
- 11) $61 - (1428 : 136 + 4,3) \cdot 3,4$;
- 12) $40 - (2550 : 204 - 6,9) \cdot 6,7$;
- 13) $37,72 : 4,6 - (1,43 + 2,728) \cdot 1,5$;
- 14) $7,2 \cdot 3,8 + (3,24 - 2,1312) : 0,42$;
- 15) $3,564 : 0,66 + 0,4992 : 0,052 - 83 \cdot 0,107$;
- 16) $98 \cdot 0,035 - 0,0288 : 0,36 - 3 : 16$;
- 17) $(0,084 \cdot 4,8 - 0,2132 : 6,5 + 0,0296) : 0,625$;
- 18) $(0,056 \cdot 7,4 + 4,2106 : 7,4 - 0,0834) : 0,375$;
- 19) $(20,6 - 16,74) \cdot 0,1 + (23,4 + 8,95) : 100$;
- 20) $(0,326 + 3,724) \cdot 100 - (0,19682 - 0,0987) : 0,001$;

$$21) \quad 23 : \left(6\frac{5}{17} + 1\frac{12}{17} \right) - \left(4\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5} \right) : 5;$$

$$22) \quad \left(7\frac{4}{13} - 4\frac{4}{13} \right) : 0,15 - 4 : \left(13\frac{6}{13} + 11\frac{7}{13} \right).$$

1139. Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) разность суммы чисел 17,23 и 16,37 и разности чисел 9 и 6,328;
- 2) разность разности чисел $12\frac{3}{13}$ и $4\frac{7}{13}$ и суммы чисел $1\frac{5}{13}$ и $3\frac{11}{13}$;
- 3) произведение суммы чисел $16\frac{5}{11}$ и $5\frac{6}{11}$ и числа 3,245;
- 4) частное разности чисел 4,8 и 3,762 и числа 0,06;
- 5) произведение суммы чисел 3,47 и 3,46 и их разности;

- 6) частное разности чисел 6,3 и 4,2 и их суммы;
7) сумма произведения чисел 0,125 и 16 и частного чисел 28 и 0,56;
8) разность частного чисел 0,128 и 0,4 и частного чисел 0,126 и 0,6;
9) частное суммы чисел 86,9 и 667,6 и суммы чисел 37,1 и 13,2;
10) произведение суммы чисел 1,367 и 6,033 и разности чисел 12 и 11,15.
1140. На сколько:
1) разность чисел 6,2 и 1,4 меньше их произведения;
2) разность чисел 11,88 и 2,64 больше их частного;
3) сумма чисел 7,8 и 6,5 больше их частного;
4) произведение чисел 7,6 и 0,8 меньше разности этих чисел;
5) произведение чисел 14,5 и 1,06 больше разности чисел 16,1 и 4,386;
6) частное чисел 2 и 250 больше произведения чисел 0,18 и 0,04?
1141. 1) Запишите четыре числа, первое из которых равно 3,24, а каждое последующее в 10 раз больше предыдущего.
2) Запишите пять чисел, первое из которых равно 430, а каждое последующее в 10 раз меньше предыдущего.
1142. Найдите значение выражения:
1) $72 : (x - 17) - 4$, если $x = 35$;
2) $(x + 259) : (x - 205)$, если $x = 321$;
3) $61,32 - 61,32 : (a + b)$, если $a = 3,6$, $b = 4,8$;
4) $4,346 : x - y : 0,25$, если $x = 0,82$, $y = 0,4$;
5) $2,04 : x + 5,19y$, если $x = 3,4$, $y = 0,4$;
6) $1,4m - 0,3n$, если $m = 2,6$, $n = 5,09$;
7) $1000x + 0,01y$, если $x = 0,2346$, $y = 26\,540$;
8) $453x - 0,1827y$, если $x = 0,1$, $y = 100$;
9) $x + y - z$, если $x = 9\frac{2}{21}$, $y = 6\frac{5}{21}$, $z = 7\frac{13}{21}$;
10) $a - b - c + d$, если $a = 10$, $b = 3\frac{9}{14}$, $c = 4\frac{13}{14}$, $d = 2\frac{8}{14}$.
1143. Решите уравнение:
1) $(234 + x) - 456 = 178$; 5) $(8164 - x) - 2398 = 2557$;
2) $(x + 13,216) - 24,83 = 5,17$; 6) $(20 - a) - 6\frac{7}{18} = 3\frac{17}{18}$;
3) $(x - 4,83) + 0,16 = 3,02$; 7) $0,8 - (x - 0,326) = 0,495$;
4) $\left(x - 1\frac{8}{23}\right) + 3\frac{19}{23} = 5\frac{12}{23}$; 8) $1,2 - \left(x - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$;

9) $7000 - (5210 - x) = 4569$; 11) $80 - (x + 4,097) = 18,36$;

10) $5,2 - (6 - y) = 3,258$; 12) $12 - \left(x + 4\frac{7}{15}\right) = 5\frac{13}{15}$.

1144. Решите уравнение:

1) $0,11x + 0,08x = 45,6$;

10) $0,8(100 - 0,04x) = 8,64$;

2) $2,9x - 1,1x = 5,04$;

11) $x : 1,15 = 0,16$;

3) $x - 0,64x = 2,808$;

12) $0,408 : x = 1,7$;

4) $7x + 9x + 0,32 = 2,72$;

13) $(x + 9,14) : 7,2 = 5$;

5) $5y + 7y - 0,024 = 0,204$;

14) $2,2 - x : 0,3 = 0,13$;

6) $2,4x - 1,5x + 47 = 1919$;

15) $5,6 : (x + 1,6) = 0,08$;

7) $0,8(x - 1,9) = 0,56$;

16) $5,6 : x + 0,16 = 0,3$;

8) $0,32(x + 1,4) = 73,6$;

17) $4,13 - 1,7x = 4,028$;

9) $1,7(5x - 0,16) = 0,238$;

18) $64 : (2,4y + 19,04) = 3,2$.

1145. 1) К какому числу надо прибавить 4,2, чтобы произведение полученной суммы и числа 0,6 было равно 19,2?

2) Из какого числа надо вычесть 9,4, чтобы произведение полученной разности и числа 0,5 было равно 0,12?

3) На какое число надо умножить 12,3, чтобы сумма полученного произведения и числа 7,9 была равна 12,82?

4) Какое удвоенное число надо вычесть из 20,04, чтобы получить 9,1?

5) Какое число надо умножить на 0,4, чтобы сумма полученного произведения и числа 3,8 была равна произведению чисел 20,5 и 4?

1146. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

1) $12 \cdot 0,34$ и $(12 \cdot 34) : 100$;

2) $520 \cdot 0,05$ и $(520 \cdot 5) : 10$;

3) $0,3 \cdot 0,9$ и $(3 \cdot 9) : 100$;

4) $3,648 : 0,06$ и $364,8 : 0,6$.

1147. Не выполняя вычислений, укажите корень уравнения:

1) $x \cdot 0,86 = (7 \cdot 86) : 100$;

4) $a : 0,35 = (7,16 \cdot 100) : 35$;

2) $2,4y = (24 \cdot 16) : 100$;

5) $b : 6,5 = 130 : 65$;

3) $(54 \cdot z) : 10 = 5,4 \cdot 6$;

6) $46,2 : c = 0,462 : 0,0007$.

1148. Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

1) $2,4 < x < 6$;

3) $9 < x < 14$;

5) $1,2 < x < 1,9$;

2) $3,2 < x < 8$;

4) $11 < x < 13$;

6) $7\frac{4}{9} < x < 10,1$.

1149. Найдите наибольшее натуральное значение x , при котором верно неравенство:

1) $3x < 19,4$;

2) $5x < 32,6$.

1150. Найдите наименьшее натуральное значение x , при котором верно неравенство:

1) $4x > 14$;

2) $7x > 40\frac{7}{9}$.

1151. Агрофирма «Сажай-собирай» вырастила на двух полях рожь. С одного поля собрали 392 ц ржи, а со второго — 896 ц. Площадь второго поля на 18 га больше, чем площадь первого. Найдите площадь каждого поля, если урожайность 1 га земли на этих полях одинакова.

1152. Коза-дереза собрала с поля площадью 2,3 га по 400 ц капусты с гектара. Сколько автомобилей грузоподъемностью 3,5 т ей надо заказать для перевозки урожая?



1153. Барвинок засеял поле прямоугольной формы пшеницей. Длина поля составляла 37,5 м, что в 1,5 раза больше его ширины. Сколько центнеров пшеницы собрал Барвинок со всего поля, если с каждого ара он собрал 42,8 ц? Запишите полученный ответ в тоннах, центнерах и килограммах.

1154. Чип может съесть 360 пирожных за 18 мин, а Дейл такое же количество пирожных — за 12 мин. За сколько минут Чип и Дейл смогут вместе съесть эти пирожные?

1155. Катигорошек может нарубить 300 м³ дров за 3 мин, а Ивасик-Телесик такое же количество дров — за 6 мин. За сколько минут они вместе могут нарубить такое количество дров?

1156. Два насоса одновременно выкачивали воду из бассейна. Один насос за минуту выкачивал 200 л воды, а второй — 140 л. Сколько времени работали насосы и сколько литров воды выкачал каждый из них, если первый насос выкачал на 210 л больше, чем второй?

1157. Масса ведра с водой равна 12,5 кг. Когда из ведра вылили половину воды, то масса ведра с водой составила 7 кг. Какова масса пустого ведра?
1158. В кладовой было 15 ящиков и 12 корзин, в которых хранилось 576 кг яблок, причем в каждом ящике было на 6 кг яблок больше, чем в каждой корзине. Сколько килограммов яблок было в каждом ящике и сколько — в каждой корзине?
1159. 1) Автомобиль преодолевает расстояние между двумя городами за 3,6 ч, если едет со скоростью 62,5 км/ч. С какой скоростью он должен ехать, чтобы преодолеть это расстояние за 3 ч?
- 2) Поезд проходит расстояние между двумя станциями за 4,2 ч, двигаясь со скоростью 54 км/ч. За какое время он пройдет это расстояние, если будет двигаться со скоростью 63 км/ч?
1160. Из одного пункта в одном направлении одновременно выехали автомобиль и автобус. Автомобиль ехал со скоростью 72 км/ч, а автобус — со скоростью 64 км/ч. Через сколько часов после начала движения расстояние между автомобилем и автобусом составляло 52 км?
1161. Из одного пункта в одном направлении одновременно выехали два всадника. Через 2 ч после начала движения расстояние между ними было 3 км. Скорость одного из всадников равна 8,2 км/ч. Найдите скорость второго всадника. Сколько решений имеет задача?
1162. Из одного пункта в противоположных направлениях одновременно выехали автомобиль и автобус. Скорость автомобиля равна 72 км/ч, а скорость автобуса в 1,2 раза меньше скорости автомобиля. Какое расстояние будет между автомобилем и автобусом через 3 ч 15 мин после начала движения?
1163. Из одного пункта в противоположных направлениях одновременно вышли два пешехода. Скорость одного из них равна 4,2 км/ч, что составляет $\frac{7}{6}$ скорости второго. Через сколько часов после начала движения расстояние между пешеходами будет равно 11,7 км?
1164. От одной станции в противоположных направлениях одновременно отошли два поезда. Через 2 ч 45 мин после начала движения расстояние между поездами составляло 330 км. Скорость одного поезда равна 56 км/ч. Найдите скорость второго поезда.

1165. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 84 км, в одном направлении выехали одновременно два автомобиля со скоростями 68,4 км/ч и 57,9 км/ч. Автомобиль с меньшей скоростью двигался впереди. Через сколько часов после начала движения один автомобиль догнал второй?
1166. Из двух пунктов в одном направлении вышли одновременно два туриста. Турист, который шел со скоростью 4,8 км/ч, догнал туриста, который шел со скоростью 4,2 км/ч, через 2,5 ч после начала движения. Найдите расстояние между пунктами, из которых вышли туристы.
1167. Из двух пунктов в одном направлении одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Мотоциклист, который ехал со скоростью 76,2 км/ч, догнал велосипедиста, который ехал со скоростью 9,8 км/ч, через 3,5 ч после начала движения. Найдите расстояние между велосипедистом и мотоциклистом в начале движения.
1168. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 189 км, выехали одновременно в одном направлении грузовой и легковой автомобили. Грузовик ехал со скоростью 48 км/ч, и через 7 ч после начала движения его догнал легковой автомобиль. С какой скоростью ехал легковой автомобиль?
1169. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 111 км, одновременно в одном направлении выехали мотоциклист и всадник. Мотоциклист ехал со скоростью 82 км/ч и догнал всадника через 1,5 ч после начала движения. Найдите скорость всадника.
1170. В 10 ч из пункта А выехал грузовик со скоростью 42,4 км/ч. В 13 ч 30 мин из этого же пункта в том же направлении выехал мотоциклист со скоростью 78,5 км/ч. Какое расстояние будет между ними в 15 ч 30 мин? в 18 ч?
1171. Теплоход прошел 237 км против течения реки за 6 ч. Какой путь он пройдет в стоячей воде за 8 ч, если скорость течения равна 1,5 км/ч?
1172. Катер прошел по течению реки 119 км за 3,5 ч. Какое расстояние он пройдет за 5 ч против течения, если скорость катера в стоячей воде равна 32,8 км/ч?
1173. Скорость теплохода по течению реки равна 29,6 км/ч, а против течения — 24,8 км/ч. Найдите скорость течения и собственную скорость теплохода.
1174. Собственная скорость катера равна 28 км/ч, а скорость течения реки — 1,8 км/ч. Сначала катер шел 1,4 ч против течения, а потом 0,8 ч по течению. Какой путь прошел катер за все это время?

1175. От двух пристаней одновременно навстречу друг другу отчалили два катера. Через сколько часов они встретятся, если собственная скорость каждого катера равна $24,5$ км/ч, расстояние между пристанями — $171,5$ км, а скорость течения — $1,6$ км/ч? Есть ли в условии задачи лишние данные?
1176. От двух пристаней одновременно навстречу друг другу отчалили лодка и теплоход. Лодка, собственная скорость которой равна $10,8$ км/ч, плывет по течению реки, а теплоход, собственная скорость которого — $30,2$ км/ч, идет против течения. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пристанями равно 205 км?
1177. Рыбак переправляется через реку на лодке со скоростью 20 м/мин. На какое расстояние снесет лодку течением, если ширина реки равна 150 м, а скорость течения — $0,2$ м/с?



1178. На спуск с горы турист тратит $0,75$ времени, нужного ему для подъема на эту гору. С горы он спускается за $1,2$ ч, а поднимается со скоростью $7,5$ м/мин. Какова высота этой горы?
1179. Машинист скорого поезда, шедшего со скоростью 56 км/ч, заметил, что встречный товарный поезд, который шел со скоростью 34 км/ч, прошел мимо него за 15 с. Какова длина товарного поезда?
1180. Машинист товарного поезда, который шел со скоростью 36 км/ч, заметил, что встречный пассажирский поезд, длина которого 180 м, прошел мимо него за 8 с. С какой скоростью шел пассажирский поезд?
1181. В 9 ч утра Незнайка вышел из Цветочного города в Солнечный со скоростью $3,6$ км/ч. В 12 ч 30 мин следом за ним на вездеходе собственной конструкции выехали Винтик и Шпунтик. Вездеход двигался со скоростью 12 км/ч и прибыл в Солнечный город одновременно с Незнайкой. Сколько времени шел Незнайка? Какое расстояние между городами Цветочный и Солнечный?

1182. Кот Мурзик купил на базаре 18 кг сметаны, а кот Мурчик — 28 кг. За обедом Мурзик съел 0,65 купленной сметаны, а Мурчик — $\frac{3}{7}$ своей сметаны. Кто из котов съел больше сметаны и на сколько килограммов?
1183. Мальчик-с-пальчик в сапогах-скороходах за 3 ч преодолел 1590 км. За первый час он прошел $\frac{15}{53}$ этого расстояния, за второй — $\frac{25}{57}$ оставшегося пути. Сколько километров он преодолел за третий час?
1184. Собрали 240 кг семян подсолнечника. Сколько подсолнечного масла можно изготовить из собранных семян, если масса ядер составляет 0,7 массы семян подсолнечника, а масса полученного масла — 0,4 массы ядер?
1185. Три великана ели на обед кулеш. Первый великан съел 120 кг кулеша, второй — $\frac{8}{15}$ того, что съел первый, а третий — 0,85 того, что съел второй. Сколько килограммов кулеша съели великаны?
1186. Периметр треугольника равен 48 см. Длина одной из сторон треугольника составляет $\frac{5}{16}$ периметра, а длина второй — 0,64 длины первой стороны. Найдите стороны треугольника.
1187. Основание равнобедренного треугольника равно 6,5 см, а длина боковой стороны составляет 0,8 длины основания. Вычислите периметр треугольника.
1188. Средняя продолжительность жизни белого медведя — 32 года, что составляет $\frac{2}{3}$ средней продолжительности жизни носорога, $\frac{4}{5}$ — льва и $\frac{4}{25}$ — слона. Найдите среднюю продолжительность жизни носорога, льва и слона.
1189. Барвинок собрал в своем саду урожай фруктов. Яблоки составляли 0,6 массы собранных фруктов. Яблок сорта белый налив было 35 кг, и они составляли $\frac{7}{18}$ массы всех яблок. Сколько килограммов фруктов собрал Барвинок?

1190. Когда автомобиль проехал 0,3, а потом еще 0,4 всего пути, то оказалось, что он проехал на 12 км больше половины пути, который нужно было проехать. Сколько километров должен был проехать автомобиль?
1191. В двух ящиках лежали яблоки. В первом ящике было 22,4 кг яблок, что составляло 0,35 всех яблок. Сколько килограммов яблок было во втором ящике?
1192. За день продали 3,6 ц колбасы, что составляло 0,48 ее запасов. Сколько центнеров колбасы осталось?
1193. На рисунке 215 угол DOE — прямой. Какие из изображенных углов тупые? Сколько острых углов изображено на этом рисунке?
1194. Начертите тупой угол и проведите из его вершины луч так, чтобы образовался прямой угол. Сколько решений имеет задача?
1195. Найдите градусную меру угла BAE , если $\angle BAD = 67^\circ$, $\angle CAD = 34^\circ$, $\angle CAE = 56^\circ$ (рис. 216).
1196. Угол $МОК$ — развернутый, $\angle MOA = 62^\circ$, луч OC — биссектриса угла AOK . Вычислите градусную меру угла COA .

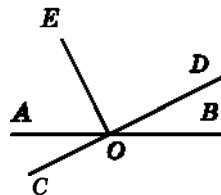


Рис. 215

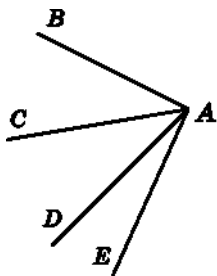


Рис. 216

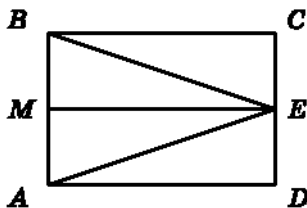


Рис. 217

1197. Запишите все треугольники и прямоугольники, изображенные на рисунке 217.
1198. Периметр треугольника равен 30 см, одна из его сторон — 7,4 см, а две другие стороны равны между собой. Найдите длины равных сторон.
1199. Начертите прямоугольник со сторонами 6 см и 2 см. Постройте квадрат, периметр которого равен периметру этого прямоугольника. Вычислите площади прямоугольника и квадрата.

1200. Квадрат со стороной 1 м разделили на четыре равные части и провели диагональ (рис. 218). Чему равна площадь заштрихованной фигуры?

1201. Периметр квадрата равен 11,2 см. Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна площади данного квадрата, а одна из сторон — 9,8 см.

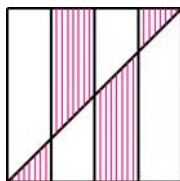


Рис. 218

1202. Длина прямоугольника равна 45 см. На сколько квадратных сантиметров уменьшится площадь этого прямоугольника, если его ширина уменьшится на 4 см?

1203. Ребро одного куба в 3 раза больше ребра второго. Во сколько раз объем первого куба больше, чем объем второго?

1204. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 320 см^3 . Каждое измерение этого параллелепипеда уменьшили в 2 раза. Найдите объем полученного параллелепипеда.

1205. Длина прямоугольного параллелепипеда равна 12 см, ширина — 5 см, высота — 9 см. На сколько увеличится объем параллелепипеда, если каждое его измерение увеличить на 1 см?

1206. Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 42 см, что составляет $\frac{7}{15}$ его длины, а высота составляет $\frac{5}{9}$ длины. Найдите объем параллелепипеда и выразите его в кубических дециметрах.

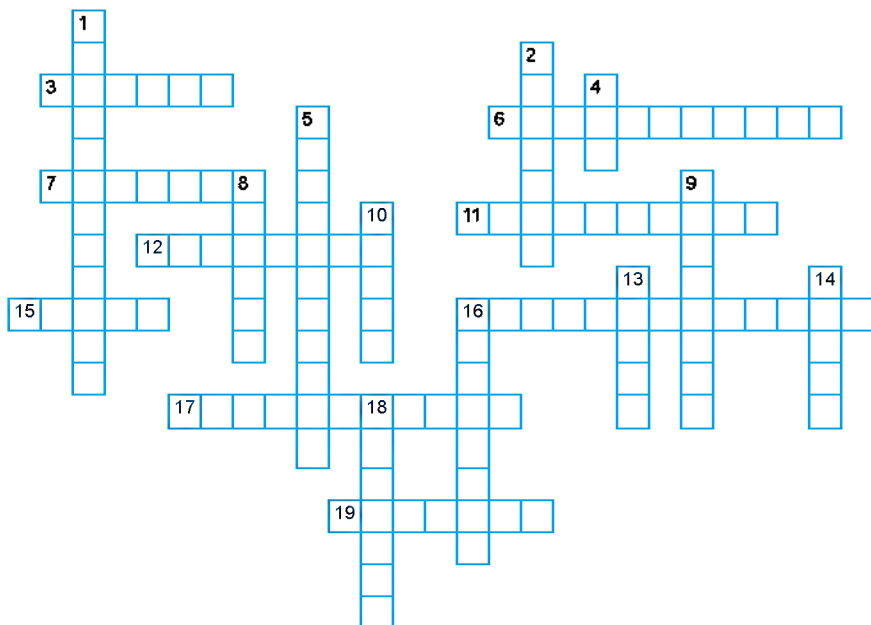
1207. Прямолинейный участок шоссе проходит через села Вишневое, Яблонево и Грушево. Расстояние между селами Вишневое и Яблонево равно 3,2 км, что в 1,5 раза меньше расстояния между селами Яблонево и Грушево. Найдите расстояние между селами Вишневое и Грушево. Сколько решений имеет задача?

1208. В бассейн, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, каждую секунду поступает 0,8 л воды. В то же время через другую трубу из него каждую секунду выливается 0,75 л. Длина бассейна равна 4,05 м, ширина — 120 см, глубина — 75 см. За сколько часов наполнится бассейн?

1209. В двух мешках было 82,3 кг яблок, причем в одном мешке было на 7,9 кг яблок больше, чем во втором. Сколько килограммов яблок было в каждом мешке?

1210. За 2 ч турист прошел 9,6 км, причем в первый час он прошел на 1,2 км меньше, чем во второй. Найдите расстояние, которое проходил турист за каждый час.
1211. Леся и Лена собрали 17,6 кг груш, причем Леся собрала на 2,7 кг больше, чем Лена. Сколько килограммов груш собрала каждая девочка?
1212. Крокодил Гена съел в 4 раза больше мороженого, чем Чебурашка. Сколько килограммов мороженого съел каждый из них, если Чебурашка съел на 2,4 кг меньше, чем крокодил Гена?
1213. За два дня путешествия велотуристы преодолели 126 км, причем во второй день они проехали в 3,5 раза больше, чем в первый. Найдите, сколько километров они проезжали каждый день.
1214. Ниф-Ниф, Нуф-Нуф и Наф-Наф купили строительные материалы для ремонта своих домиков, потратив на их приобретение 740 грн. Найдите затраты каждого поросенка, если Ниф-Ниф заплатил на 64,3 грн, а Нуф-Нуф — на 32,5 грн больше, чем Наф-Наф.
1215. За три дня продали 280 кг помидоров, причем в первый день продали в 2,8 раза меньше, чем во второй, и в 4,2 раза меньше, чем в третий. Сколько килограммов помидоров продали в каждый из дней?
1216. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми равно 360 км. Через 2,4 ч после начала движения они еще не встретились и расстояние между ними было 24 км. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости второго.
1217. Собственная скорость лодки в 8 раз больше скорости течения реки. Найдите скорость течения и собственную скорость лодки, если: 1) за 5 ч движения против течения реки лодка прошла 42 км; 2) за 4 ч движения по течению реки лодка прошла 50,4 км.
1218. Сумма длины и ширины прямоугольника равна 12 дм, причем ширина на 3,2 дм меньше длины. Вычислите площадь прямоугольника.
1219. Если в некоторой десятичной дроби перенести запятую влево через две цифры, то она уменьшится на 158,4. Найдите эту дробь.
1220. Сколько существует двузначных чисел, у которых первая цифра на 3 больше второй?

1221. Разгадайте кроссворд:



По горизонтали: 3. Решение уравнения. 6. Вид многоугольника.

7. Прямоугольник, у которого все стороны равны. 11. Число, определяющее положение точки на координатном луче.

12. $\frac{1}{10}$ метра. 15. 1000 килограммов. 16. Вид четырехугольника.

17. Прибор для измерения углов. 19. Знак, разделяющий целую и дробную части десятичной дроби.

По вертикали: 1. Результат умножения. 2. Геометрическая фигура. 4. Третья степень числа. 5. Луч, делящий угол пополам.

8. Трехзначное число. 9. Результат вычитания. 10. $\frac{1}{1000}$ кило-

грамма. 13. Результат сложения. 14. Знак арифметического действия. 16. Сумма сторон многоугольника. 18. В равенстве $27 = 6 \cdot 4 + 3$ число 3 есть ... при делении числа 27 на число 6.

Ответы и указания к упражнениям

9. 6 учащихся. 34. 408 цифр. 35. 704 страницы. 36. Все цифры которых нечетные. *Указание.* Если к каждой цифре трехзначного числа, записанного четными цифрами, добавить по единице, то образуется трехзначное число, записанное нечетными цифрами. Например, из числа 200 таким способом можно получить число 311, а из числа 486 — число 597. Итак, каждому числу, записанному четными цифрами, можно найти пару среди чисел, записанных нечетными цифрами. Но, например, число 111 не будет при этом входить ни в одну из пар. 71. а) 125 мм; б) 84 мм; в) 248 мм. 72. 12 см. 73. 10 см. 75. Расстояния равны. 76. 10 см. 77. а) 4 точки; б) 3 точки; в) 4 точки; г) 3 точки. 78. *Указание.* 1) $13 - 2 \cdot 5 = 3$; 2) $3 \cdot 5 - 13 = 2$; 3) $2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 1$. 80. 1) 344; 2) 3534. 83. 164 кг. 84. 264 кг. 85. 380 кг. 101. 8 см или 56 см. 102. 9 см или 21 см. 103. Наименьшее — одна, наибольшее — десять. 104. Семь и четыре. 105. Рис. 219. 106. 12 точек. 107. 289 деревьев. 108. 664 км. 109. На 43 км/ч. 110. На 2 км/ч. 153. 20 чисел. 154. 38 чисел. 163. 3) 2994; 4) 95 000. 175. 110 книг. 176. 196 км. 179. В 19 ч 30 мин. 180. В 12 ч 33 мин. 184. 3) 92 м 31 см; 4) 54 км 310 м; 7) 33 ч 11 мин; 8) 1 ч 38 мин 28 с. 185. 1) 1 м 4 см; 2) 15 м 1 см; 3) 36 км 121 м; 4) 12 т 1 ц 4 кг; 5) 6 ч 14 мин; 6) 33 мин 11 с. 189. 2) 5050. 190. 1) На 50; 2) первая на 1001. 191. $444 + 44 + 4 + 4 + 4$. 192. 7, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 9. 209. 2) 404; 3) 6767. 210. 2) 597; 3) 12 910. 213. 98 головок сыра. 214. 101 рыбку. 220. 1 ч 35 мин. 221. 8 ч 32 мин. 222. 2) 36 м 59 см; 3) 4 км 744 м; 4) 764 м; 7) 19 мин 42 с; 8) 8 ч 36 мин. 223. 1) 6 см; 2) 26 м 83 см; 3) 2 км 989 м; 4) 3 т 7 ц 51 кг; 5) 6 ч 34 мин; 6) 4 мин 24 с. 229. 32 пассажира. 230. 17 слив. 231. 416 кг, 224 кг. 232. 420 км, 780 км. 238. На 540. 239. $123 + + 45 - 67 + 8 - 9$. 240. 3) 5000; 4) 0. 264. $h = 712 - 18t$. 268. 5 кг. 274. 1) 875; 2) 345; 3) 720; 4) 356; 5) 562; 6) 209; 7) 821; 8) 1192; 9) 597; 10) 230; 11) 104; 12) 1194. 275. 1) 123; 2) 192; 3) 382; 4) 574; 5) 136; 6) 329. 276. 1) 28; 2) 31 сольдо. 277. 1) 23; 2) 12 пирожков. 278. 1) $a = 27$; 2) $a = 14$. 279. 1) $a = 21$; 2) $a = 117$. 280. 1 ч 25 мин. 282. Да, 28 грн. 297. 26 учащихся. 311. 46° . 312. 112° . 315. 68° . 316. 153° . 319. *Указание.* Отложите от произвольного луча данный угол последовательно 14 раз. Воспользуйтесь тем, что образованный таким образом угол на 2° больше развернутого угла. 320. 1) *Указание.* Воспользуйтесь тем, что $19^\circ \cdot 19 = 361^\circ$. 323. 240 г.

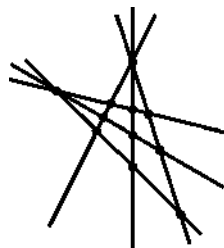


Рис. 219

324. 52 грн. 334. 2) а) 5; б) 27; в) $n(n-3):2$. 339. 2061 м.
360. 3) 917; 4) 4815. 370. 16 см. 371. 28 см. 372. 2 км 768 м.
373. 6 кг 700 г. 377. 19 см и 28 см. 378. 10 см или 14 см. 379. Да, со
сторонами 4 см и 2 см. Периметр квадрата равен 8 см. 380. Рис. 220.
382. Рис. 221. 383. Рис. 222. 384. Рис. 223.

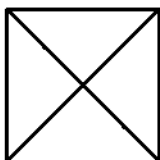


Рис. 220

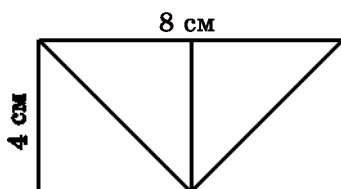


Рис. 221

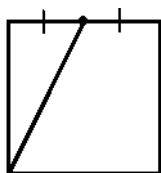


Рис. 222

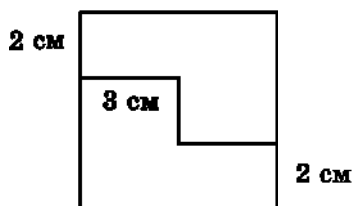


Рис. 223

393. 5) 21 390; 6) 5583; 7) 107 601; 8) 1398. 396. 1) 112; 2) 3379.
406. 1) 299 344; 2) 70 090. 407. 1) 676 224; 2) 87 204. 412. 352 км.
413. 45 км. 416. 15 км. 417. 1) $43 \cdot 28 = 1204$; 2) $52 \cdot 42 = 2184$ или
 $52 \cdot 92 = 4784$; 3) $98 \cdot 9 = 882$; 4) $66 \cdot 101 = 6666$. 418. 1) $57 \cdot 69 = 3933$;
2) $74 \cdot 17 = 1258$; 3) $52 \cdot 11 = 572$; 4) $254 \cdot 32 = 8128$. 419. 1, 1, 2, 4.
420. Например, $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 \cdot 5$. 421. 25. 425. 57 см. 447. 1) 139 км
808 м; 2) 382 грн 86 к.; 3) 175 км 870 м; 4) 28 т 5 ц 20 кг; 5) 95 ч;
6) 78 ч 9 мин. 448. 1) 223 ц 2 кг; 2) 6008 грн 80 к.; 3) 495 т 690 кг;
4) 213 м 36 см; 5) 2 ч 50 мин; 6) 51 сутки. 449. 2) 2; 3) 6;
4) 24. 451. 5 котят и 9 цыплят. 469. 1) 55 659; 2) 888; 3) 2044.
470. 1) 9724; 2) 7718; 3) 2045. 471. 18 крон. 472. 12 кг. 473. 58 кг.
474. Да. 475. 246 кг. 476. 17 ч. 477. 18 ч. 478. 18 км/ч. 479. 76 миль/ч.
480. 64 км/ч. 481. 4 км/ч. 482. 12 км/ч. 483. 6 м/мин. 484. 6 ч.
485. 8 ч. 488. В 7 ч 55 мин. 489. За 22 мин. 490. На 4 дня.
491. 168 страниц. 492. 7 ч. 493. 24 кг, 28 кг. 495. 35 ящиков яблок
и 15 ящиков груш. 496. 4 мешка. 497. 1) 16; 2) 18; 3) 1; 4) 0.
498. 1) 21; 2) 24; 3) 9; 4) 6. 509. 132 кг, 88 кг, 44 кг. 510. 42 мили,
168 миль, 126 миль, 210 миль. 511. 128 окуней. 513. 84 пассажи-
ра, 42 пассажира, 120 пассажиров. 514. 52 кг, 312 кг, 188 кг.

515. 7 см, 35 см, 32 см. 516. 46 дм, 23 дм, 30 дм. 526. 22 конверта. 542. 1) 6; 2) 1; 3) 2. 543. 1) 3; 2) 3. 544. На 37 или на 185. 545. На 8, или на 13, или на 26, или на 52, или на 104. 546. На 6, или на 11, или на 22, или на 33, или на 66. 547. 53. 548. Октябрь. Среда. *Указание.* Для того чтобы выполнялось условие задачи, суббот и понедельников должно быть по пять, а пятниц — четыре. Это возможно только тогда, когда двадцать восьмое число этого месяца — пятница, а дней в месяце — 31. 560. 3) 30; 4) 24; 5) 1. 561. 3) 69; 4) 87; 5) 5. 568. 1) 38; 2) 55; 3) 16; 4) 7. 580. 80 дм². 581. 225 см². 586. а) 82 см, 310 см²; б) 66 см, 194 см². 587. 104 см, 516 см². 589. Да. 590. 5940 кг. 591. Нет. 592. 52 см. 593. 24 см. 594. На 104 см². 596. На 160 см². 597. 16 см². 598. Ни одного, или два, или три. 599. Ни одного или два. 600. *Указание.* Проведите прямую через точки пересечения диагоналей прямоугольников. 601. Рис. 224. 602. 1) Да. *Указание.* Если разрезать данный квадрат на квадраты со стороной 1 см, то из них можно потом сложить квадраты со сторонами 3 см и 4 см; 2) нет. *Указание.* Число 36 нельзя записать как сумму двух чисел, каждое из которых является квадратом натурального числа. 603. 33°. 604. 1) 545 679; 2) 1780. 617. 256 г. 618. 7 см. 619. 12 м. 620. 1) 8; 2) 36; 3) 52. 623. 42 км/ч. 633. 1620 дм³. 634. 1920 см³. 635. 5 см. 636. 12 см. 639. 13 500 см³. 640. 7456 см³. 642. 9 м³, 300 коротышек. 643. 216 см². 644. 1) В 16 раз; 2) в 64 раза. 645. 1) Увеличится в 40 раз; 2) увеличится в 2 раза. 646. 1) Увеличится в 8 раз; 2) не изменится. 649. На 2 дня. 656. 6 вариантов. 657. 4 числа. 658. 6. 662. 6 чисел. 663. 6 чисел. 664. 5 чисел. 665. 8 чисел. 666. 6 чисел. 667. 6 прямоугольников. 668. 5 параллелепипедов. 669. 6 отрезков. 670. 9 маршрутов. 671. 8 вариантов. 672. 6 вариантов. 673. 6 маршрутов. 675. 1) 18; 2) 386; 3) 6002; 4) 175. 706. 44 рыбы. 707. 148 км. 708. 4 кг 50 г. 709. 18 ц. 710. 189 кг. 711. Крокодил Гена. 712. 133 кг. 713. На 7 км. 714. 6 дней. 715. 4 ч. 716. 135. 717. 240. 718. 351. 719. 752. 745. 128 км. 757. 150 кг. 758. 60 км. 768. 3) 2. 769. 3) 72. 770. 240 м². 784. 1) $8\frac{2}{7}$; 2) $4\frac{18}{34}$. 785. 1) $1\frac{23}{30}$; 2) 4. 794. 1) 8; 9; 10; 2) 9; 10; 11. 795. 1) 57; 58; 59; 2) 4; 5; 6; 7. 796. 1) 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 2) 1. 797. 1; 2; 3. 800. 4 бутылки, 8 грн 80 к. 821. В 5 раз. *Указание.* Запишите данные величины в секундах. 822. В 10 раз. 844. 1) 5; 6; 7; 8; 9; 2) 5; 6; 7; 8; 9; 3) 8; 9;

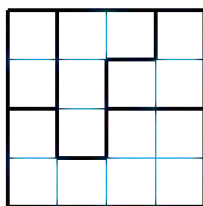


Рис. 224

4) никакую; 5) 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6) 7; 8; 9. **893.** 1) 61,22; 2) 89,686; 3) 2,395; 4) 59,72. **894.** 1) 91,35; 2) 11,987. **903.** 1) 0,54 дм; 2) 10 дм; 3) 16,6 дм; 4) 290,8 дм; 5) 95,72 дм; 6) 13,91 дм. **904.** 1) 11,91 а; 2) 42,33 а; 3) 9,18 а; 4) 4,853 а; 5) 924,18 а; 6) 2383,84 а. **905.** 1) 3,76 ц; 2) 0,08 ц; 3) 42,9 ц; 4) 36,04 ц; 5) 67,86 ц; 6) 1,88 ц. **907.** 12 ч. **908.** 396 м³. **909.** 6 грн 50 к. **948.** 1) 20,484; 2) 87,72; 3) 4,33. **949.** 1) 5; 2) 14,68; 3) 13,64. **956.** 81,24 км. **957.** 133,26 км. **960.** 1) 42,4 см; 2) 72,48 см²; 3) 39,744 см³. **962.** 1) 68,4 см; 2) 178,2 см²; 3) 145,8 см³. **963.** Нет. **964.** 18,7 сольдо. **966.** 5 квадратных. **1002.** 1) 242,95; 2) 31,03; 3) 9,76. **1003.** 1) 15,44; 2) 6,42; 3) 2,84. **1004.** 15,625 дм³. **1006.** 1) 0,801; 2) 47,14. **1007.** 1) 5,99; 2) 54,42. **1008.** 2) 0,945; 5) 0,292; 9) 0,2772; 10) 420; 11) 8,8; 12) 0,75. **1009.** 1) 1,47; 2) 4,38; 3) 11,1; 4) 548,68; 5) 55,52; 6) 14,98. **1010.** 1) 0,42; 2) 0,9; 3) 3,4; 4) 0,3; 5) 0,4; 6) 10,2. **1011.** 1) 0,16; 2) 0,14; 3) 0,1; 4) 2,5; 5) 0,3; 6) 0,8. **1012.** 42,7 км/ч. **1013.** 1,8 м/мин. **1014.** 58,76 км/ч. **1015.** 4,1 км/ч. **1016.** За 0,7 ч. **1017.** Через 9,5 мин. **1018.** 2,4 ч. **1019.** 30 мин. **1020.** Смесь навоза и торфа. **1021.** Урожайность льна от внесения удобрений уменьшилась, а ячменя — увеличилась. **1027.** 1036,56 грн. **1028.** 116,28 км. **1029.** 5,12. **1030.** 169,2. **1031.** 40. **1032.** 32. **1033.** 1) $3,48 : 29 = 0,12$; 2) $9,75 : 39 = 0,25$; 3) $5,51 : 29 = 0,19$. **1034.** 300 страниц. **1035.** 6,89. **1036.** 10,6 км/ч и 1,8 км/ч. **1049.** 6,6. **1050.** 10,6. **1051.** 4; 16. **1052.** 5,9; 10,5. **1053.** По 12 баллов. **1054.** 98 баллов. **1055.** 45 км/ч. **1056.** 112 грн. **1057.** 2,4. **1058.** 9,18. **1059.** 32 года. **1060.** На 1. **1061.** *Указание.* Пусть не все гномы были одинакового роста. Тогда самый высокий гном не может быть выше ни одного из двух своих соседей. Значит, самый высокий гном и два его соседа были одинакового роста. Проведите аналогичные рассуждения для соседей этих трех гномов и т. д. **1064.** 2592 см³. **1090.** 312 кг. **1091.** 88 банок. **1092.** 468 черешен. **1093.** 9471 грн. **1095.** 189 дм³. **1097.** Да. **1098.** 15 400 грн; 16 940 грн. **1099.** 1020 л; 867 л. **1100.** 218 км. **1101.** 588 грн. **1102.** 30 пирожков. **1104.** 40 автомобилей. **1105.** 65 км. **1121.** 600 сольдо. **1122.** 200 грибов. **1123.** 24 дм³. **1125.** 30 км. **1126.** 300 деревьев, 177 вишен. **1127.** 320 м, 217,6 м. **1128.** 500 кустов. **1129.** 400 страниц. **1130.** 1500 кг. **1131.** 400 кг. **1132.** 120 астр. **1134.** 4) 1,6. **1135.** 14 км/ч. **1136.** 1) 20; 2) 25. **1138.** 1) 624; 2) 21 134; 3) 371 000; 4) 6692; 5) 26 166; 6) 42 292; 7) 5003; 8) 4007; 9) 1; 10) 17 046; 11) 10,68; 12) 2,48; 13) 1,963; 14) 30; 15) 6,119; 16) 3,1625; 17) 0,64; 18) 2,4; 19) 0,7095; 20) 306,88; 21) 2,515; 22) 19,84. **1139.** 6) 0,2; 7) 52; 8) 0,11; 9) 15; 10) 6,29. **1142.** 3) 54,02; 4) 3,7; 5) 2,676; 6) 2,113; 7) 500; 8) 27,03. **1143.** 1) 400; 2) 16,784;

- 3) 7,69; 4) $3\frac{1}{23}$; 5) 3209; 6) $9\frac{12}{18}$; 7) 0,631; 8) 0,95; 9) 2779; 10) 4,058;
 11) 57,543; 12) $1\frac{10}{15}$. 1144. 9) 0,06; 10) 2230; 17) 0,06; 18) 0,4.
 1151. 14 га, 32 га. 1152. 27 автомобилей. 1153. 40 т 1 ц 25 кг.
 1154. За 7,2 мин. 1155. За 2 мин. 1156. 3,5 мин, 700 л, 490 л.
 1157. 1,5 кг. 1158. 24 кг, 18 кг. 1161. 9,7 км/ч или 6,7 км/ч.
 1162. 429 км. 1163. 1,5 ч. 1164. 64 км/ч. 1165. 8 ч. 1166. 1,5 км.
 1167. 232,4 км. 1168. 75 км/ч. 1169. 8 км/ч. 1170. 76,2 км, грузо-
 вик впереди; 14,05 км, мотоциклист впереди. 1171. 328 км.
 1172. 158 км. 1175. Через 3,5 ч. Задачу можно решить, не зная
 скорости течения. 1176. 5 ч. 1177. 90 м. 1178. 720 м. *Указание.*
 Время спуска с горы выразите в минутах: 1,2 ч = 72 мин.
 1179. 375 м. *Указание.* Найдите скорость движения поездов от-
 носительно друг друга, а потом выразите ее в метрах в секунду.
 1180. 45 км/ч. 1181. 5 ч, 18 км. 1183. 640 км. 1184. 67,2 кг.
 1185. 238,4 кг. 1189. 150 кг. 1190. 60 км. 1191. 41,6 кг. 1200. $\frac{3}{8}$ м².
 1201. 21,2 см. 1204. 40 см³. 1206. 189 дм³. 1207. 8 км или 1,6 км.
 1208. 20,25 ч. 1215. 35 кг, 98 кг, 147 кг. 1216. 70 км/ч, 60 км/ч.
 1217. 1) 1,2 км/ч, 9,6 км/ч. 1219. 160. 1220. 7 чисел.

Ответы к заданиям «Проверьте себя» в тестовой форме

Номер задания	Номер задачи											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	В	В	Б	А	Б	В	Б	А	В	Б	Г	Б
2	А	В	Б	А	В	В	Б	Г	Г	Г	В	Б
3	В	А	А	Г	Б	Г	Б	Б	В	В	Б	А
4	А	Б	В	Г	А	Б	Б	Г	В	А	Б	Б
5	В	А	Б	В	В	Б	А	Г	Б	Г	Г	Б
6	В	Г	Б	А	А	Г	Б	Г	Б	В	Б	В

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Ар 137

Биссектриса 74

Величина угла 78

Вершина ломаной 18

— многоугольника 85

— угла 73

Выражение буквенное 63

— числовое 62

Вычитаемое 54

Вычитание 54

— десятичных дробей 218

— обыкновенных дробей 184

— смешанных чисел 192

Гектар 137

Градус 78

Градусная мера 78

Деление 116

— десятичных дробей 234

— нацело 129

— с остатком 128

Делимое 116

Делитель 116

Длина ломаной 18

— отрезка 17

— прямоугольника 95

Дроби десятичные 201

— обыкновенные 166

Дробная часть десятичной дроби 201

— — смешанного числа 190

Дробь неправильная 177

— правильная 177

Знаменатель дроби 166

Измерения прямоугольного параллелепипеда 143

Квадрат 95

— единичный 136

— числа 133

Концы отрезка 16

— ломаной 18

Координата 36

Корень уравнения 69

Куб 144

— единичный 151

— числа 133

Ломаная 18

— замкнутая 19

Луч 28

— координатный 36

Многогранник 144

Многоугольник 85

Множитель 103

Натуральный ряд 5

Начало луча 28

— отсчета 36

Неравенство 41

— двойное 41

Объем 150

— куба 152

— прямоугольного параллелепипеда 152

Округление 211

Остаток 129

Отрезок 16

— единичный 17

Переместительное свойство сложения 49

— — умножения 104

Периметр 85

Пирамида 145

Плоскость 28

Площадь 136

— квадрата 137

— поверхности прямоугольного параллелепипеда 143

— прямоугольника 137

Произведение 103

- Процент 250
Прямая 28
Прямоугольник 95
Прямоугольный параллелепипед 142
Равные многоугольники 85
— отрезки 18
— углы 74
— фигуры 85
Разность 54
Раскрытие скобок 113
Распределительное свойство умножения относительно вычитания 112
— — — сложения 112
Расстояние между точками 18
Решение уравнения 69
Ряд натуральных чисел 5
Слагаемое 49
Сложение 49
— десятичных дробей 217
— обыкновенных дробей 183
— смешанных чисел 192
Сочетательное свойство сложения 49
— — умножения 111
Сравнение десятичных дробей 207
— натуральных чисел 41
— обыкновенных дробей 176, 178
— отрезков 18
— углов 78
Среднее арифметическое 246
— значение величины 246
Степень 133
Сторона многоугольника 85
— угла 73
Стороны прямоугольника противоположащие 95
— соседние 95
Сумма 49
— разрядных слагаемых 9
Точка 16
Транспортир 78
Треугольник 89
— остроугольный 89
— прямоугольный 89
— равнобедренный 89
— равносторонний 89
— разносторонний 90
— тупоугольный 89
Угол 73
— острый 79
— многоугольника 85
— прямой 79
— развернутый 77
— тупой 79
Уменьшаемое 54
Умножение 103
— десятичных дробей 225
Уравнение 69
Формула 63
— объема куба 152
— объема прямоугольного параллелепипеда 152
— периметра квадрата 95
— — прямоугольника 95
— — равностороннего треугольника 90
— площади квадрата 137
— — прямоугольника 137
— пути 63
Целая часть смешанного числа 190
Цифры 8
Частное 116
— неполное 129
Четырехугольник 85
Числа дробные 165
— натуральные 5
Числитель дроби 166
Число смешанное 190
Ширина прямоугольника 95
Шкала 35

СОДЕРЖАНИЕ

От авторов	3
Условные обозначения.....	4

Раздел I. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ

§ 1. Натуральные числа

1. Ряд натуральных чисел	5
2. Цифры. Десятичная запись натуральных чисел	8
• Как считали в старину	13
• Как называют «числа-великаны»	16
3. Отрезок. Длина отрезка	16
• От локтей и ладоней к метрической системе	26
4. Плоскость. Прямая. Луч.....	28
• О льняной нити и линиях.....	32
5. Шкала. Координатный луч	34
6. Сравнение натуральных чисел.....	41
Задание № 1 «Проверьте себя» в тестовой форме	47
Главное в параграфе 1.....	48

§ 2. Сложение и вычитание натуральных чисел

7. Сложение натуральных чисел. Свойства сложения	49
8. Вычитание натуральных чисел.....	54
9. Числовые и буквенные выражения. Формулы.....	62
• Язык, понятный всем.....	67
10. Уравнение	69
11. Угол. Обозначение углов.....	73
12. Виды углов. Измерение углов.....	77
13. Многоугольники. Равные фигуры	84
14. Треугольник и его виды.....	89
15. Прямоугольник.....	95
Задание № 2 «Проверьте себя» в тестовой форме	100
Главное в параграфе 2.....	101

§ 3. Умножение и деление натуральных чисел

16. Умножение. Переместительное свойство умножения	103
17. Сочетательное и распределительное свойства умножения	111
18. Деление.....	116
19. Деление с остатком	128
20. Степень числа	133

21. Площадь. Площадь прямоугольника	136
22. Прямоугольный параллелепипед. Пирамида	142
23. Объем прямоугольного параллелепипеда.....	150
24. Комбинаторные задачи	157
<i>Задание № 3 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	<i>162</i>
Главное в параграфе 3.....	163

Раздел II. ДРОБНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ

§ 4. Обыкновенные дроби

25. Понятие обыкновенной дроби	165
• «Попасть в дроби»	175
26. Правильные и неправильные дроби. Сравнение дробей	176
27. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	183
28. Дроби и деление натуральных чисел	187
29. Смешанные числа	190
<i>Задание № 4 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	<i>198</i>
Главное в параграфе 4.....	199

§ 5. Десятичные дроби

30. Понятие десятичной дроби	201
• От шестидесятеричных к десятичным дробям	206
31. Сравнение десятичных дробей	207
32. Округление чисел.....	211
33. Сложение и вычитание десятичных дробей	217
<i>Задание № 5 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	<i>224</i>
34. Умножение десятичных дробей.....	225
35. Деление десятичных дробей	234
36. Среднее арифметическое. Среднее значение величины.....	245
37. Проценты. Нахождение процентов от числа.....	250
38. Нахождение числа по его процентам	258
<i>Задание № 6 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	<i>264</i>
Главное в параграфе 5.....	265
Упражнения для повторения за курс 5 класса	267
<i>Ответы и указания к упражнениям</i>	<i>279</i>
<i>Ответы к заданиям «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	<i>283</i>
<i>Предметный указатель.....</i>	<i>284</i>

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

Навчальне видання

**МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович**

МАТЕМАТИКА

5 клас

**Підручник для закладів
загальної середньої освіти
з навчанням російською мовою
(Російською мовою)**

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

**Видання друге, доопрацьоване
відповідно до чинної навчальної програми**

**Головний редактор Г. Ф. Висоцька
Відповідальний за випуск Д. В. Москаленко
Літературний редактор Т. Є. Цента
Художнє оформлення та дизайн Д. В. Висоцький
Технічний редактор О. В. Гулькевич
Коректор А. Ю. Венза
Комп'ютерне верстання С. І. Северин**

**Формат 60х90/16. Папір офсетний. Гарнітура шкільна.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 18,00. Обл.-вид. арк. 15,76.
Тираж 32 421 прим. Замовлення №**

**ТОВ ТО «Гімназія»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел.: (057) 719-17-26, (057) 719-46-80, факс: (057) 758-83-93
E-mail: contact@gymnasia.com.ua
www.gymnasia.com.ua**

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 644 від 25.10.2001

**Надруковано з діапозитивів, виготовлених ТОВ ТО «Гімназія»,
у друкарні ПП «Модем»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел. (057) 758-15-80**

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 91 від 25.12.2003

Цифры Древнего Египта

							
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

Римские цифры

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Цифры Древней Руси

Единицы		Десятки		Сотни	
Ѧ	1	Ѧ	10	Ѱ	100
Ѣ	2	Ѣ	20	Ѳ	200
Ѧ	3	Ѭ	30	Ѵ	300
Ѥ	4	Ѯ	40	Ѷ	400
Ѧ	5	Ѱ	50	Ѹ	500
Ѣ	6	Ѳ	60	Ѻ	600
ѥ	7	Ѵ	70	Ѽ	700
Ѧ	8	Ѷ	80	Ѿ	800
Ѥ	9	Ѹ	90	Ѻ	900



Числа-великаны

$10 \dots 0$ 3 нуля	тысяча	$10 \dots 0$ 36 нулей	ундециллион
$10 \dots 0$ 6 нулей	миллион	$10 \dots 0$ 39 нулей	дуодециллион
$10 \dots 0$ 9 нулей	миллиард, биллион	$10 \dots 0$ 42 нуля	трдециллион
$10 \dots 0$ 12 нулей	триллион	$10 \dots 0$ 45 нулей	кваттуордециллион
$10 \dots 0$ 15 нулей	квадриллион	$10 \dots 0$ 48 нулей	квиндециллион
$10 \dots 0$ 18 нулей	квинтиллион	$10 \dots 0$ 51 нуль	седециллион
$10 \dots 0$ 21 нуль	секстиллион	$10 \dots 0$ 54 нуля	септдециллион
$10 \dots 0$ 24 нуля	септиллион	$10 \dots 0$ 90 нулей	новемвигинтиллион
$10 \dots 0$ 27 нулей	октиллион	$10 \dots 0$ 93 нуля	тригинтиллион
$10 \dots 0$ 30 нулей	нониллион	$10 \dots 0$ 96 нулей	антригинтиллион
$10 \dots 0$ 33 нуля	дециллион	$10 \dots 0$ 100 нулей	гугол



Карта Украины



Масштаб 1:10 000 000
(в 1 см 100 км)

Сокращенные обозначения метрических единиц

Приставка	Обозначение	Множитель
микро-	мк	0,000001
милли-	м	0,001
санти-	с	0,01
деци-	д	0,1
кило-	к	1000
мега-	М	1 000 000

$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$ $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$ $1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$	$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$ $1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$ $1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2$ $1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$ $1 \text{ га} = 100 \text{ а}$ $1 \text{ км}^2 = 100 \text{ га}$	$1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3$ $1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$ $1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$
---	--	---

Латинский алфавит



Печатные буквы		Рукописные буквы		Названия букв
A	a	<i>A</i>	<i>a</i>	а
B	b	<i>B</i>	<i>b</i>	бэ
C	c	<i>C</i>	<i>c</i>	цэ
D	d	<i>D</i>	<i>d</i>	дэ
E	e	<i>E</i>	<i>e</i>	е
F	f	<i>F</i>	<i>f</i>	эф
G	g	<i>G</i>	<i>g</i>	же
H	h	<i>H</i>	<i>h</i>	аш
I	i	<i>I</i>	<i>i</i>	и
J	j	<i>J</i>	<i>j</i>	йот
K	k	<i>K</i>	<i>k</i>	ка
L	l	<i>L</i>	<i>l</i>	эль
M	m	<i>M</i>	<i>m</i>	эм
N	n	<i>N</i>	<i>n</i>	эн
O	o	<i>O</i>	<i>o</i>	о
P	p	<i>P</i>	<i>p</i>	пэ
Q	q	<i>Q</i>	<i>q</i>	ку
R	r	<i>R</i>	<i>r</i>	эр
S	s	<i>S</i>	<i>s</i>	эс
T	t	<i>T</i>	<i>t</i>	тэ
U	u	<i>U</i>	<i>u</i>	у
V	v	<i>V</i>	<i>v</i>	вэ
W	w	<i>W</i>	<i>w</i>	дубль-вэ
X	x	<i>X</i>	<i>x</i>	икс
Y	y	<i>Y</i>	<i>y</i>	игрек
Z	z	<i>Z</i>	<i>z</i>	зэт